2019

ತ್ರಿಭುಜ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ

ಓಜೀವ

ಪ್ರಮೇಯ

ನಕ್ಷೆಗಳು

ಸೂತ್ರಗಳು

ಸಂಭವ ನೀಯತೆ

ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವಿಕೆ

S.S.L.C

ಗಣಿತ ಟಾರ್ಗೆಟ್ 50

ಸುಲಭವಾಗಿ 50 ಅಂಕಗಳ ಗಳಿಕೆ ಕಾರ್ಡಗಳು

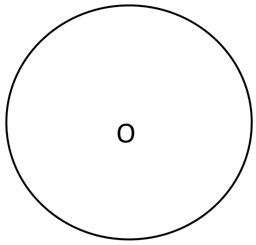
Omprakash S Yattinahalli
Govt High School Marol Haveri Dist
9449513643

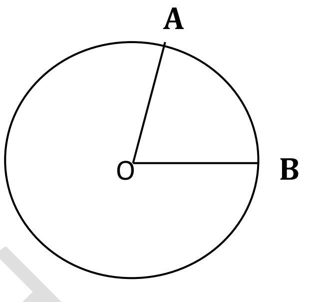
ಕಾರ್ಡ್ 1

ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ರಚನೆ ಅಂಕ:2

ಉದಾ 1) 3.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70° ಇರವಂತೆ ರಚಿಸಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕ ರಚಿಸಿ.

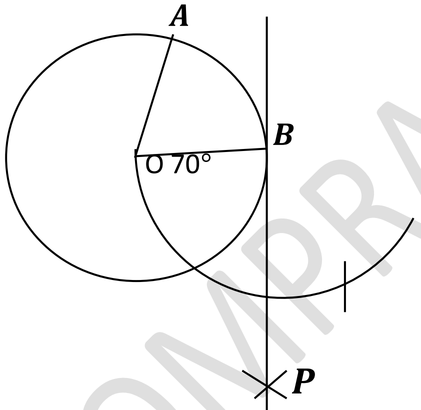
ಹಂತ 1: 3.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸುವದು.



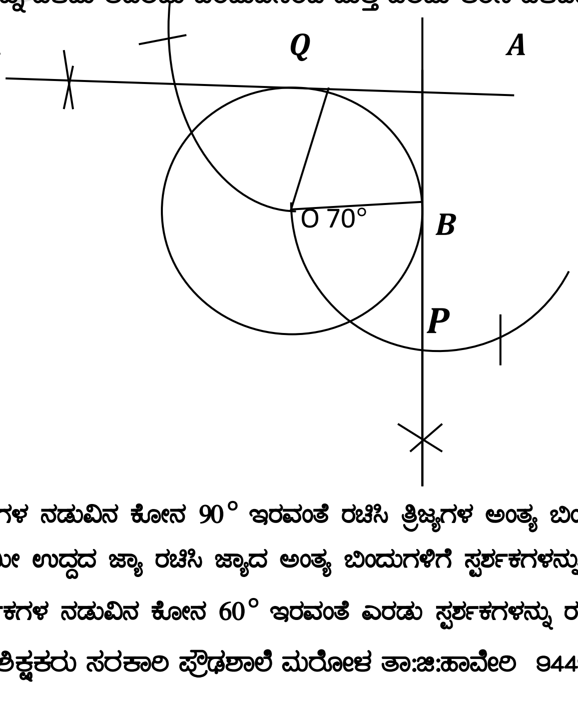


ಹಂತ 2: ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70° ಇರವಂತೆ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವದು.

ಹಂತ 3: B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕ ರಚಿಸುವದು. B ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಎಳೆದು ಅದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆದು ಅವರೆಡು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮತ್ತೆ ಎರಡು ಕಂಸ ಎಳೆದಾಗ ಸಿಗುವ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ B ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಎಳೆಯುವದು.



ಹಂತ 4: ಅದೇ ರೀತಿ A ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕ ರಚಿಸುವದು. A ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಅರ್ಧವೃತ್ತ ಎಳೆದು ಅದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಸಂಧಿಸಿದ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆದು ಅವರೆಡು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮತ್ತೆ ಎರಡು ಕಂಸ ಎಳೆದಾಗ ಸಿಗುವ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ A ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಎಳೆಯುವದು.



ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

1) 3.5 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 90° ಇರವಂತೆ ರಚಿಸಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

2) 4 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 6ಸೆಂ ಮೀ ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾ ರಚಿಸಿ ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

3) 4.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರವಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

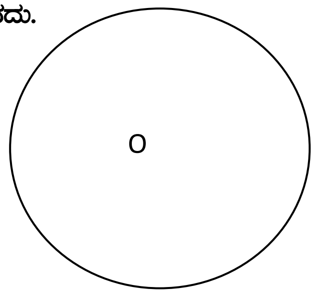
ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

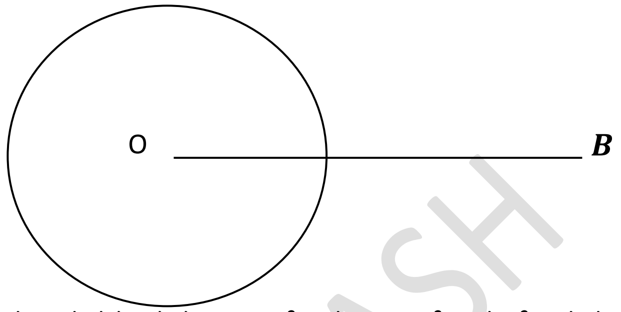
ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವದು.

ಉದಾ 1) 4 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

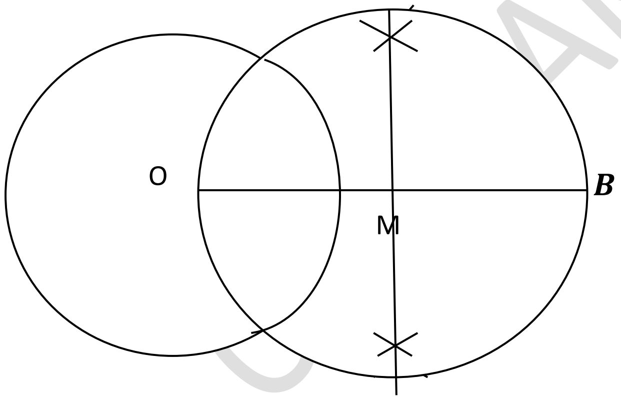
ಹಂತ 1: 4 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸುವದು.



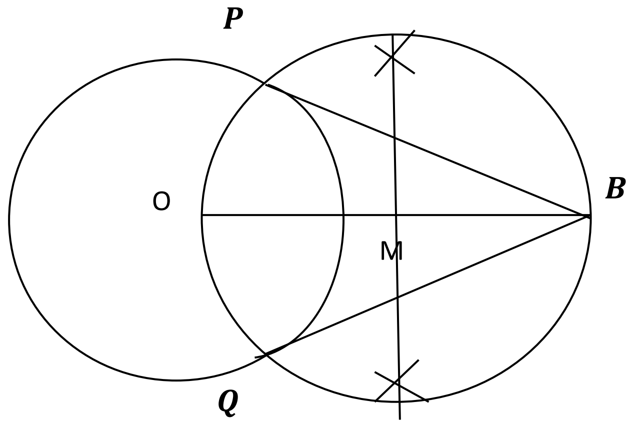
ಹಂತ 2: ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು B ಗುರುತಿಸಿ OB ಸೇರಿಸುವದು.



ಹಂತ 3: OB ಗೆ ಲಂಬಾರ್ಧಕ ರಚಿಸಿ M ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ M ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟು ಕೊಂಡು ಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸುವದು.



ಹಂತ 4: ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವದು. PB & QB ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವದು.



ಉದಾಹರಣೆಗಳು: 1) 4 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದಿಂದ 5 ಸೆಂಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

2) 4.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7 ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

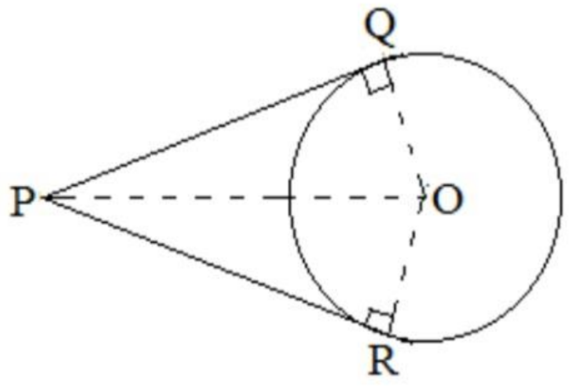
3) 4 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8 ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

ಕಾರ್ಡ್ 2

ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು ಅಂಕ: 3

ಪ್ರಮೇಯ : ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ. P ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು.

PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ : $PQ = PR$

ರಚನೆ : OP , OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔOQP ಮತ್ತು ΔORP ಗಳಲ್ಲಿ ,

$OQ = OR$ ∵ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$OP = OP$ ∵ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು

$\angle OQP = \angle ORP$ ∵ **ಪ್ರಮೇಯ** 4.1

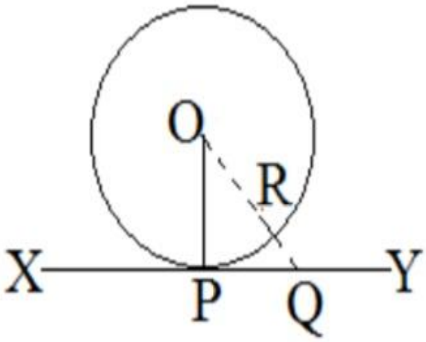
$\therefore \Delta OQP \cong \Delta ORP$ ∵ ಲಂ.ವಿ.ಬಾ.

$\therefore PQ = PR$

∵ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

ಪ್ರಮೇಯ : ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ. XY ಯು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ. OP ಯು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ,

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : XY ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು Q ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, OQ ಸೇರಿಸಿ. OQ ವು ವೃತ್ತವನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

ಸಾಧನೆ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OR < OQ$ ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ, $OR = OP$ $\because$ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$\therefore OP < OQ$

Q ವು P ಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವುದರಿಂದ OP ಯು O ನಿಂದ XY ಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಾಗಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$ ಆಗಿದೆ.

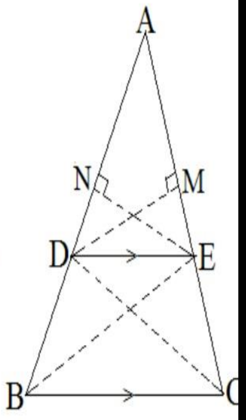
$\because$ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಅದರ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದೇ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಕಾರ್ಡ್ 3

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು ಅಂಕ: 4

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ : (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : ΔABCಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ : D , C ಮತ್ತು E , B ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

$EN \perp AB$ ಮತ್ತು $DM \perp AC$ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :

$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} \qquad \because A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AD}{DB} \quad .... (1)$$

$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} \qquad \because A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

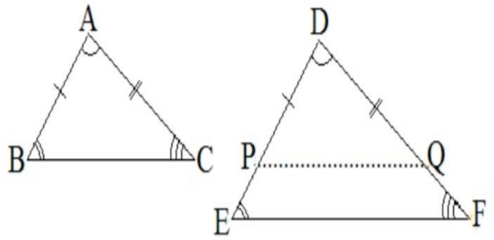
$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AE}{EC} \quad .... (2)$$

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ , $\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\because$ ΔBDE ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ΔCDE ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$\because$ ΔBDE ಮತ್ತು ΔCDE ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ಪ್ರಮೇಯ : ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D , \angle B = \angle E , \angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

ರಚನೆ : $AB = DP$ ಮತ್ತು $AC = DQ$ ಆಗುವಂತೆ DE ಮತ್ತು DF ಗಳ ಮೇಲೆ P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, PQ ವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDPQ ಗಳಲ್ಲಿ ,

$AB = DP , AC = DQ$ $\quad\because$ ರಚನೆ

$\angle BAC = \angle PDQ$ $\quad\because$ ದತ್ತ

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DPQ$ $\quad\because$ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ

$\therefore \angle ABC = \angle DPQ$ $\quad\because$ ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಭಾ.

ಆದರೆ, $\angle ABC = \angle DEF$ $\quad\because$ ದತ್ತ

$\Rightarrow \angle DPQ = \angle DEF$

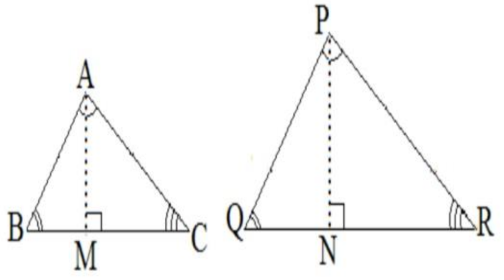
$\therefore PQ \parallel EF$ $\quad\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

$\therefore \frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{QD}{FD}$ $\quad\because$ ಥೇಲ್ಸ್ ನ ಉಪಪ್ರಮೇಯ

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ $\quad\because \Delta ABC \cong \Delta DEF$

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ರೋಣ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಪ್ರಮೇಯ : ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಮತ್ತು $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{QR^2}$

ರಚನೆ : $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $PN \perp QR$ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :

ΔAMB ಮತ್ತು ΔPNQ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABM = \angle PQN$ $\because$ ದತ್ತ

$\angle AMB = \angle PNQ = 90^0$ $\because$ ರಚನೆ

$\therefore \Delta AMB \sim \Delta PNQ$ $\because$ ಕೋ.ಕೋ.ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

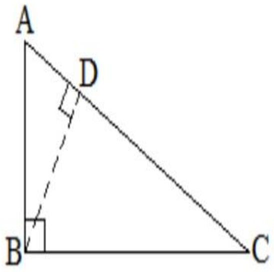
$\Rightarrow \frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$

ಆದರೆ, $\frac{BC}{QR} = \frac{AB}{PQ}$

$\therefore \frac{AM}{PN} = \frac{BC}{QR}$

$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$ $\because A = \frac{1}{2} \times b \times h$

ಪೈಥಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯ : ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^0$.

ಸಾಧನೀಯ : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

ರಚನೆ : $BD \perp AC$ ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :

ΔABC ಮತ್ತು ΔADB ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle ADB = 90^0$ $\because$ ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ

$\angle BAD$ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB$ $\because$ ಕೋ.ಕೋ.ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$

$AB^2 = AC.AD........(1)$

ಅದೇರೀತಿ, $\Delta ABC \sim \Delta BDC$

$\Rightarrow \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC}$

$BC^2 = AC.DC........(2) AB^2 + BC^2 = AC.AD + AC.DC$

$\because$ (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು

ಕೂಡಿದಾಗ

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC(AD + DC)$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC.AC = AC^2$ $\because AD + DC = AC$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

ಕಾರ್ಡ್ 4

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವದು

ಅಂಕ:4

ಉದಾ 1) **x+3y=6**

2x-3y=12 ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ

x+3y=6 ಸಮೀಕರಣವನ್ನು y ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ $y = \frac{6-x}{3}$

ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

x	0	3	6
y	2	1	0

2x-3y=12 ಸಮೀಕರಣವನ್ನು y ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆದಾಗ $y = \frac{2x-12}{3}$

ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

x	0	3	6
y	-4	-2	0

ಅಥವಾ

x+3y=6 ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ **x=0** ಆದಾಗ **y=2**

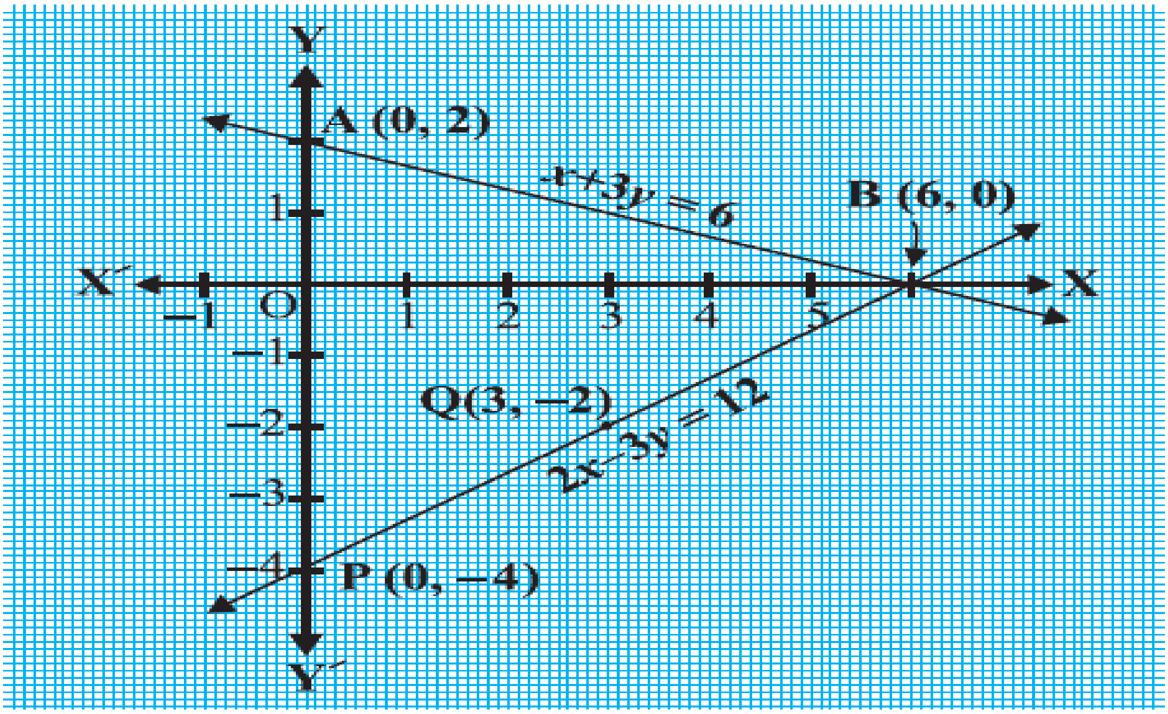
y=0 ಆದಾಗ **x=5**

x	0	6
y	2	0

2x-3y=12 ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ **x=0** ಆದಾಗ **y=-4**

y=0 ಆದಾಗ **x=6**

x	0	6
y	-4	0



ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳು ಸಂಧಿಸಿದ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವದು ಆಗ **x=6** ಮತ್ತು **y=0**

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

ಉದಾ 2) $x+y=5$

$2x+y=8$ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$x+y=5$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $x=0$ ಆದಾಗ $y=5$

$y=0$ ಆದಾಗ $x=5$

x	0	5
y	5	0

$2x+y=8$ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ $x=0$ ಆದಾಗ $y=8$

$y=0$ ಆದಾಗ $x=4$

x	0	4
y	8	0

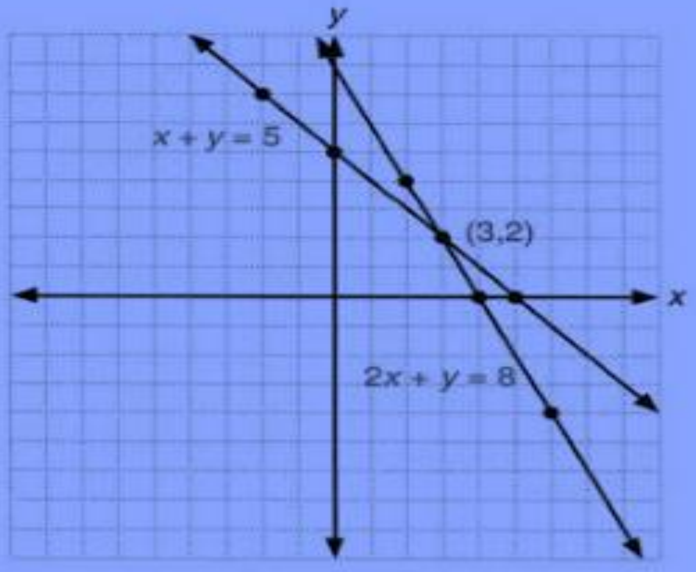


Table of values for $x + y = 5$:

x	−2	0	5
y	7	5	0

Table of values for $2x + y = 8$:

x	2	4	6
y	4	0	−4

ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳು ಸಂಧಿಸಿದ ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸುವದು ಆಗ $x=3$ ಮತ್ತು $y=2$

ಉದಾಹರಣೆಗಳು: 1) $x-y=3$ & $2x+y=12$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

2) $2x-y=3$ & $3x+y=17$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿರಿ..

3) $x-y+2=0$ & $x+2y-10=0$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

4) $x+y-10=0$ & $x-y-4=0$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

5) $2x+y-6=0$ & $4x-2y-4=0$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

6) $x+y=7$ & $x-y=1$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

7) $x-y=2$ & $2x-y=8$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

8) $3x+y=7$ & $4x-y=7$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

9) $x+y=10$ & $x-y=2$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

10) $x-y=8$ & $3x+y=13$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

11) $x+y=14$ & $x-y=4$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

ಕಾರ್ಡ 5

ಓಜೀವ್ ರಚನೆ (ಸಂಖ್ಯಾ ಶಾಸ್ತ್ರ) ಅಂಕ:3

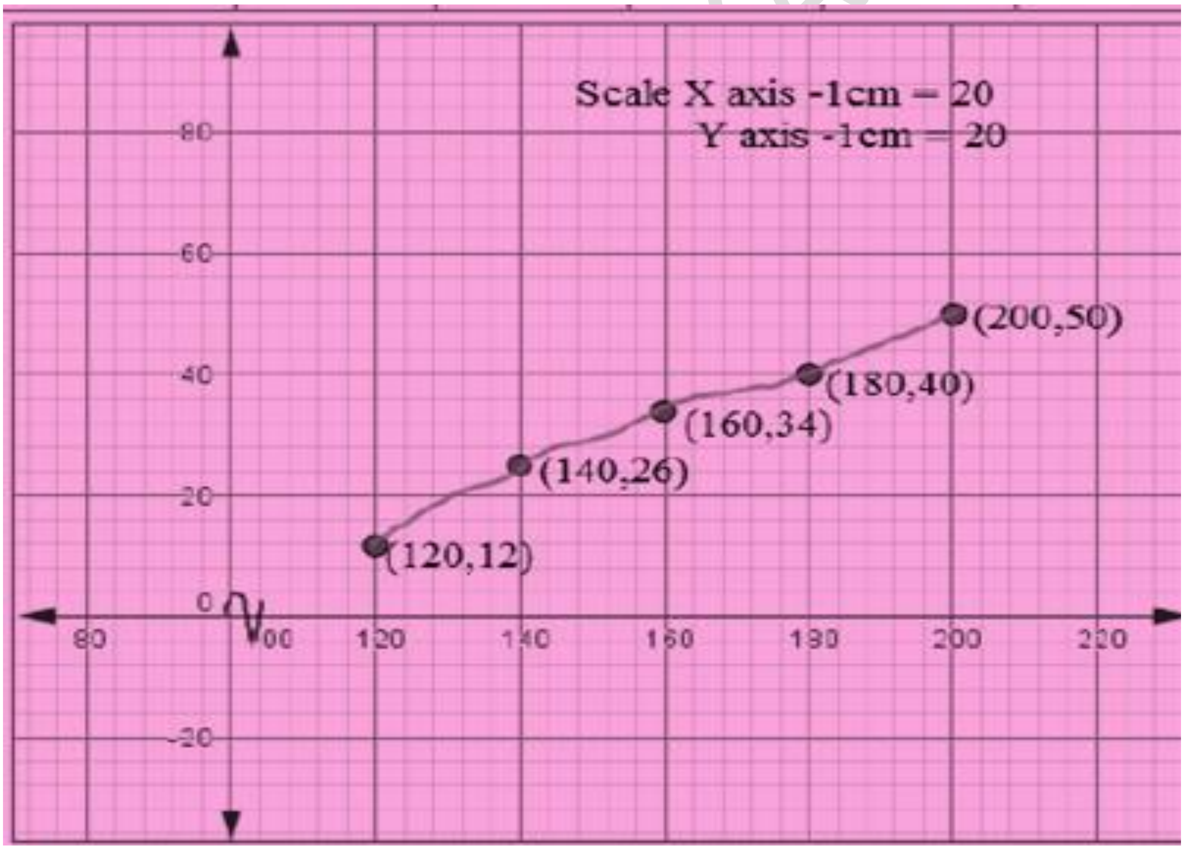
ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ (ಓಜೀವ್) ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
ಆವೃತ್ತಿ	12	14	8	6	10

ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆದು ಕೊಳ್ಳುವದು

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
100-120	12	12
120-140	14	26
140-160	8	34
160-180	6	40
180-200	10	50
	50	

ASH



ಉದಾಹರಣೆ 2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ (ಓಜೀವ್) ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ಆವೃತ್ತಿ	5	3	4	3	3	4	7	9	7	8

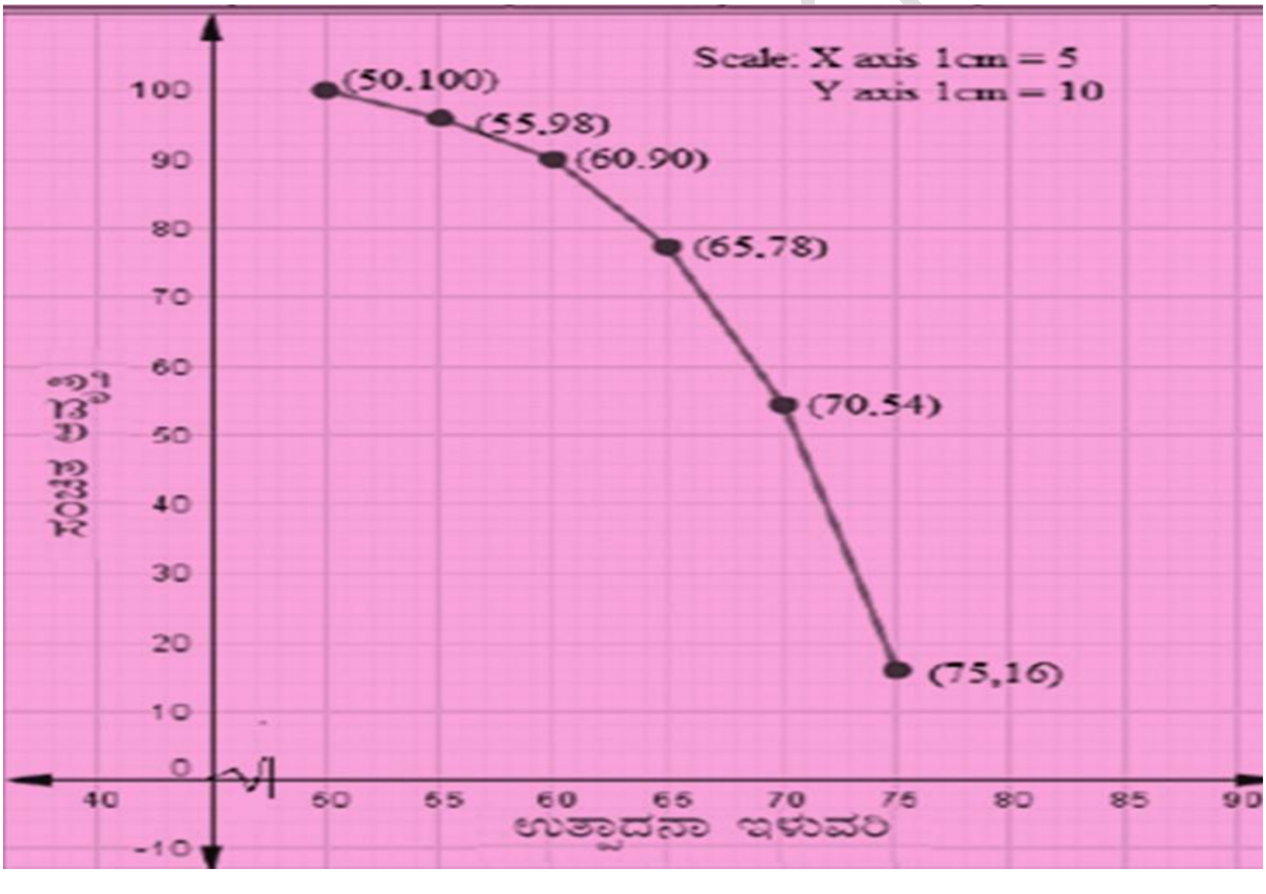
ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

ಉದಾಹರಣೆ 2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ (ಓಜೀವ್) ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
ಆವೃತ್ತಿ	2	8	12	24	38	16

ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಾಂತರದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು

ವರ್ಗಾಂತರ (ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ)	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
50-55	2	100
55-60	8	98
60-65	12	90
65-70	24	78
70-75	38	54
75-80	16	16



ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ಆವೃತ್ತಿ	5	3	4	3	3	4	7	9	7	8

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

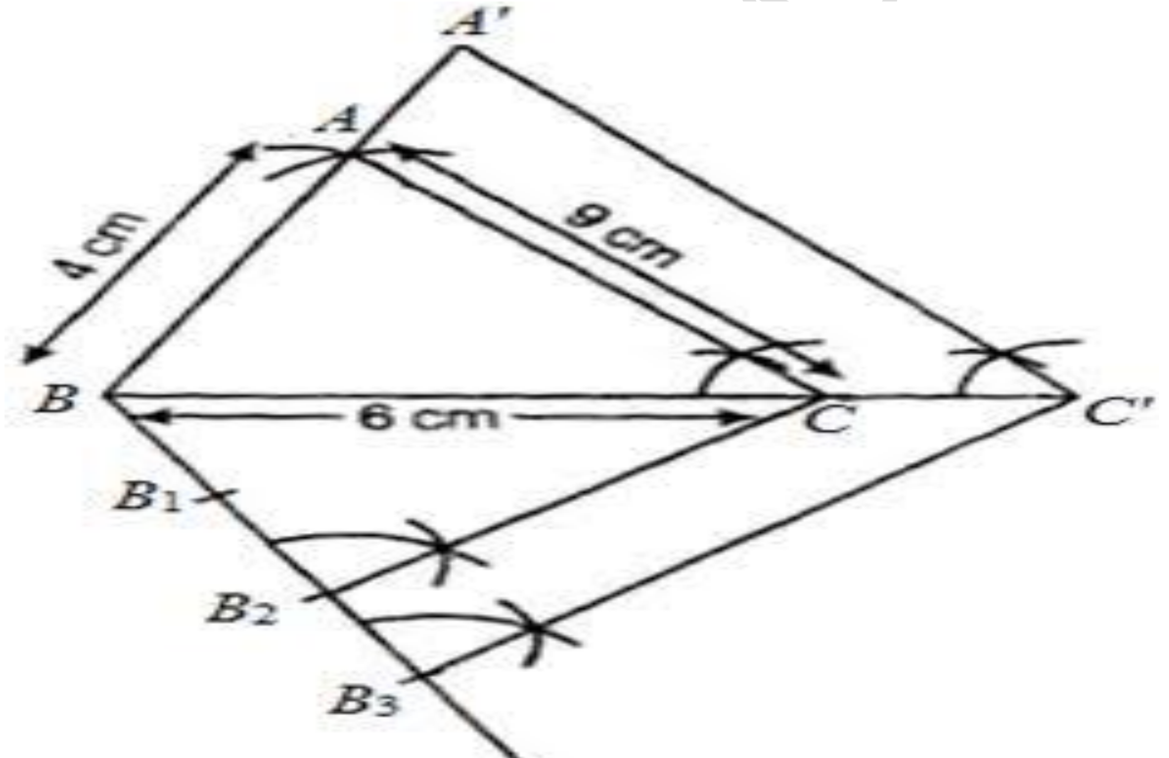
ಕಾರ್ಡ್ 6

ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ. ಅಂಕ:3

ಉದಾ 1) 4 ಸೆಂ ಮೀ, 6 ಸೆಂ ಮೀ ಮತ್ತು 9 ಸೆಂ ಮೀ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{2}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

1) ಮೊದಲು ಅಳತೆಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.
2) B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ BC ಬಾಹುವಿಗೆ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಆಗುವಂತೆ BX ಬಾಹುವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.
3) $\frac{3}{2}$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು 3 ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು BX ಬಾಹುವಿನಲ್ಲಿ B_1 B_2 B_3 ರಂತೆ ಗುರುತಿಸಬೇಕು.
4) ಛೇದದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗದಿಂದ ಅಂದರೆ 2 ನೇ ಭಾಗದ B_2 ಬಿಂದುವನ್ನು BC ಬಾಹುವಿನ C ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸೇರಿಸಬೇಕು.
5) B_2C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗುವಂತೆ B_3 ಯಿಂದ B_3C'ನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.
6) ಅದೇ ರೀತಿ AC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ C' ನಿಂದ $C'A'$ ನ್ನು ರಚಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜ $A'BC'$ ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.



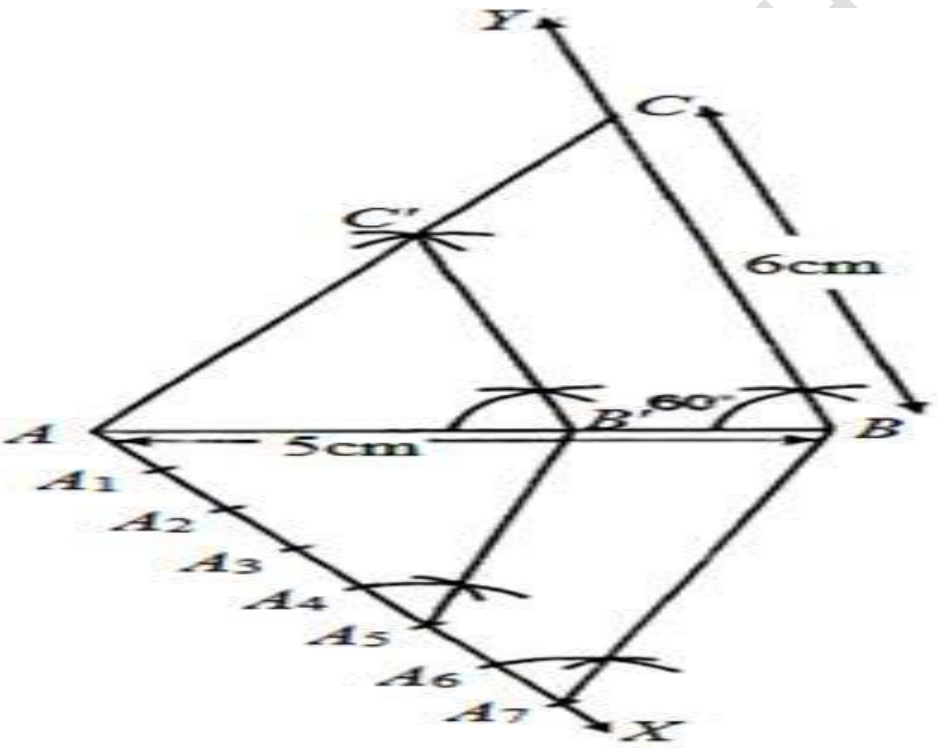
ಉದಾಹರಣೆ 2). ಪಾದ 8cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4cm ಇರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $1\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 3). ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಗೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ [ಅಂದರೆ, ಅನುಪಾತಾಂಕ 5:3 ಇರುವಂತೆ]

ಉದಾ 2) **AB=5 ಸೆಂ ಮೀ, <B= 60^0 BC=6 ಸೆಂ ಮೀ,** ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{5}{7}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

1) ಮೊದಲು ಅಳತೆಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ **ABC** ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.
2) **A** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ **AB** ಬಾಹುವಿಗೆ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಆಗುವಂತೆ **AX** ಬಾಹುವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.
3) $\frac{5}{7}$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು 7 ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು **AX** ಬಾಹುವಿನಲ್ಲಿ A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 ರಂತೆ ಗುರುತಿಸಬೇಕು.
4) ಛೇದದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಭಾಗದಿಂದ ಅಂದರೆ 7 ನೇ ಭಾಗದ A_7 ಬಿಂದುವನ್ನು **AB** ಬಾಹುವಿನ **B** ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸೇರಿಸಬೇಕು.
5) A_7B ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗುವಂತೆ A_5 ಯಿಂದ A_5B' ನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು.
6) ಅದೇ ರೀತಿ **BC** ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ **B′** ನಿಂದ **B′C′** ನ್ನು ರಚಿಸಿದಾಗ ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜ **AB′C′** ದೊರೆಯುತ್ತದೆ.



ಉದಾಹರಣೆ 2). **4cm, 5cm** ಮತ್ತು **6cm** ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು

ಉದಾಹರಣೆ 3) **BC = 6 cm, AB = 5 cm** ಮತ್ತು **ABC = 60^0** ಇರುವಂತೆ ಂಞಅ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನುರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ **ABC** ಯ ಅನುರೂಪಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 4). **BC = 7cm, A =45^0, B =105^0** ಇರುವಂತೆ **ABC** ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು, **ΔABC** ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 5). **7.6cm** ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5 : 8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

ಕಾರ್ಡ 7

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂಕ: 2

ಉದಾ 1) 3+$\sqrt{5}$ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ

3+$\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾಗಿರಲಿ

3+$\sqrt{5}$ = $\frac{p}{q}$

$\sqrt{5}$ = $\frac{p}{q}$ - 3 $\sqrt{5}$ = $\frac{p-3q}{q}$

$\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಏಕೆಂದರೆ $\frac{p-3q}{q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆದರೆ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ, ಇದು ವೈರುಧ್ಯಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ಊಹೆ (3+$\sqrt{5}$) ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದು ತಪ್ಪು $\therefore$ 3+$\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಉದಾ 2) 2$\sqrt{3}$ - 4 ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ

2$\sqrt{3}$ - 4 ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾಗಿರಲಿ

2$\sqrt{3}$ - 4 = $\frac{p}{q}$

2$\sqrt{3}$ = $\frac{p}{q}$ + 4 $\sqrt{3}$ = $\frac{p}{2q}$ +$\frac{4}{2}$

$\sqrt{3}$ = $\frac{p}{2q}$ +2

$\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಏಕೆಂದರೆ $\frac{p}{2q}$ +2 ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆದರೆ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ, ಇದು ವೈರುಧ್ಯಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ಊಹೆ (2$\sqrt{3}$ - 4) ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದು ತಪ್ಪು $\therefore$ 2$\sqrt{3}$ – 4 ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಉದಾ 3) 2$\sqrt{3}$ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ

2$\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾಗಿರಲಿ

2$\sqrt{3}$ = $\frac{p}{q}$ $\sqrt{3}$ = $\frac{p}{2q}$

$\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಏಕೆಂದರೆ $\frac{p}{2q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆದರೆ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ, ಇದು ವೈರುಧ್ಯಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ಊಹೆ (2$\sqrt{3}$) ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದು ತಪ್ಪು $\therefore$ 2$\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಉದಾ 4) 3 - $\sqrt{5}$ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ ಉದಾ 5) 5 + $\sqrt{3}$ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ

ಉದಾ 6) 3 + $\sqrt{2}$ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ ಉದಾ 6) 5 - $\sqrt{3}$ ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

ಕಾರ್ಡ 8

ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವದು. **ಅಂಕ:2**

1) $x^2 - 4$x +2=0 ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$x^2 - 4$x +2=0 ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a, b, c ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳುವದು

a=1 b=-4 c=2

ಸೂತ್ರ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ **a, b, c ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸುವದು.**

$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-4\times1\times2}}{2\times1}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4 \text{ X } 2}}{2}$

$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(2 \pm \sqrt{2})}{2}$ $x = (2 \pm \sqrt{2})$

2) $m^2 = 2 + 2m$ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವದು $m^2 - 2m - 2 = 0$

$m^2 - 2m - 2 = 0$ **ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ a, b, c ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿಕೊಳ್ಳುವದು**

a=1 b=-2 c=-2

ಸೂತ್ರ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ **a, b, c ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸುವದು.**

$m = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2}$ $= \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$

$m = \frac{2 \pm \sqrt{4 \text{ X } 3}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{2} = (1 \pm \sqrt{3})$

ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

1)$2x^2 + x + 4 = 0$ 2) $x^2 + 8$x + 6=0 3) x^2 −x – 3 = 0 4) $x^2 + 2$x + 2 = 0 5) $2x^2 + x - 4$= 0 6) $x^2 - 3x + 5 = 0$ 7) $x^2 - 2$x + 3=0 8) y^2+2y=1

9)$x^2 - 7$x + 12 =0 10) y^2-3y=5 11)$x^2 + 8$x + 6=0 12)$8r^2 = r + 2$

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

ಕಾರ್ಡ 9

ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು ಅಂಕ:3

ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	7	4	4	2	1

x_i ಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವದು. $\frac{15+25}{2} = 20$

$f_i x_i$ ಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವದು. **6X20 =120** ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಸುವದು

ವರ್ಗಾಂತರ	f_i	x_i	$f_i x_i$
15-25	6	20	120
25-35	11	30	330
35-45	7	40	280
45-55	4	50	200
55-65	4	60	240
65-75	2	70	140
75-85	1	80	80
	$\sum f_i$ =35		$\sum f_i x_i$=1390

OMPRAKASH

∴ ಸರಾಸರಿ $=\left(\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right) = \left(\frac{1390}{35}\right) = \left(\frac{278}{7}\right) = 39.71$

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

ಉದಾಹರಣೆ 2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಂಕ (ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6

ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು 2, 2+3=5, 5+7=12, 12+6=18, 18+6=24, 24+6=30

$\therefore n = 30. \therefore \frac{n}{2} = 15.$ ಮಧ್ಯಾಂಕವು 55-70 ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿದೆ.

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ **L =55**

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ **cf=12**

ಮಧ್ಯಾಂಕ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ **f=6** ವಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ h = 15-5=10

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
10-25	2	2
25-40	3	5
40-55	7	12= Cf
L =55-70	6=f	18
70-85	6	24
85-100	6	30
	N=30	

ಮಧ್ಯಾಂಕ = L +$[\frac{\frac{n}{2}-cf}{f}]Xh$

ಮಧ್ಯಾಂಕ =55+$[\frac{15-12}{6}]X15$

=55+$\frac{45}{6}$ = 55+7.5 = 62.5.

∴ ಮಧ್ಯಾಂಕ =62.5

ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	21	23	14	5

ಹೆಚ್ಚು ಆವೃತ್ತಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ = 35-45

ರೂಢಿ ಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ L =35

ರೂಢಿ ಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ f_1=23

ರೂಢಿ ಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ f_0=21

ರೂಢಿ ಬೆಲೆ ಇರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ f_2=14

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ h = 15-5=10

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
5-15	6
15-25	11
25-35	21= f_0
L =35-45	23=f_1
45-55	14= f_2
55-65	5
	N=80

ರೂಢಿ ಬೆಲೆ = L +$[\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}]\ X\ h$

=35+$[\frac{23-21}{2X23-21-14}]\ X10$

=35+$[\frac{2}{46-35}]\ X10$

=35+$[\frac{2}{11}]\ X10$

=35 + $\frac{20}{11}$

=35+1.8

=36.8

ಉದಾಹರಣೆ 4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ, ಮಧ್ಯಾಂಕ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5–15	15–25	25–35	35–45	45–55
ಆವೃತ್ತಿ	7	12	22	24	15

OMPRAKASH

ಕಾರ್ಡ್ 10

ಸಂಭವನೀಯತೆ ಅಂಕ:2

ಉದಾ 1) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ 2) ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ 3) 3 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ

S=$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $n(S)$ =6

1) ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ A=$\{2, 4, 6\}$ n(A) = 3

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{3}{6}$

2) ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ A=$\{1, 4\}$ n(A) = 2

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{2}{6}$

3) 3 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ A=$\{3, 6\}$ n(A) = 2

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{2}{6}$

ಉದಾ 2) ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) ಪುಚ್ಛ ಬರದಂತೆ 2) ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಒಂದು ಶಿರ 3) ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದು ಪುಚ್ಛ 4) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಪುಚ್ಛಗಳು

S=$\{(ht), (hh), (th), (tt)\}$

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n(S) =4

1) ಪುಚ್ಛ ಬರದಂತೆ A=$\{(hh)\}$ n(A) = 1

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{1}{4}$

2) ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಒಂದು ಶಿರ A=$\{(ht), (th)\}$ n(A) = 2

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{2}{4}$

3) ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದು ಪುಚ್ಛ A=$\{(ht), (th), (tt)\}$ n(A) = 3

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{3}{4}$

4) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಪುಚ್ಛಗಳು A=$\{(ht), (hh), (th)\}$ n(A) = 3

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{3}{4}$

ಉದಾ 3) ಮೂರು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದು ಶಿರ 2) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಶಿರಗಳು 3) ಎಲ್ಲವೂ ಶಿರಗಳು ಬರುವಂತೆ

S= $\{(htt), (hht), (tht), (htt), (tth), (hth), (hhh), (ttt)\}$

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $n(S)$ = 8

1) ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದು ಶಿರ

A= $\{(htt), (hht), (tht), (htt), (tth), (hth), (hhh),\}$ n(A) = 7

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{7}{8}$

2) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಶಿರಗಳು

A= $\{(htt), (hht), (tht), (htt), (tth), (hth), (ttt)\}$ n(A) = 7

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{7}{8}$

3) ಎಲ್ಲವೂ ಶಿರಗಳು ಬರುವಂತೆ A= $\{(hhh)\}$ n(A) = 1

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{1}{8}$

ಉದಾ 4) ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಉರುಳಿಸಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) ಒಟ್ಟಾಗಿ ಎರಡು ದಾಳದ ಎಸೆಯುವಿಕೆ

$$\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)\}$$
$$\{(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)\}$$
$$\{(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)\}$$
$$\{(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)\}$$
$$\{(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\}$$
$$\{(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$$

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ=36

1) ಮೊತ್ತ 10 ಆಗುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

A=$\{(4,6),(6,4),(5,5)\}$

n(A) = 3 n(S) =36 ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{3}{36}$

2) ಗುಣಲಬ್ಧ 12 ಆಗುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

A=$\{(2,6),(6,2),(3,4),(4,3)\}$

n(A) = 4 n(S) =36 ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{4}{36}$

3) 4 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಮೊತ್ತದ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

A=$\{(2,2),(4,4),(2,6),(6,2),(3,5),(5,3)(6,6)\}$

n(A) = 7 n(S) =36

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{7}{36}$

ಉದಾ 5) 30 ಉತ್ತಮ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಜೊತೆ 9 ಕೊಳೆತಿರುವ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಬೆರೆತು ಹೋಗಿವೆ. ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣನ್ನು ಆರಿಸಲಾಗಿದೆ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ 1) ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು 2) ಒಂದು ಕೊಳೆತ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು

ಫಲಿತಾಂಶ ಗಣ **n(S) =30+9=39**

ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

n(A) = 30 n(S) =39

ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{30}{39}$

ಒಂದು ಕೊಳೆತ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

n(A) = 9 n(S) =39 ಸಂಭವನೀಯತೆ P(A)=$\frac{n(A)}{n(S)}$ =$\frac{9}{39}$

6) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 30 ಬಾಲಕರು ಮತ್ತು 25 ಬಾಲಕಿಯರು ಇದ್ದಾರೆ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.
1) ಒಬ್ಬ ಬಾಲಕ 2) ಒಬ್ಬ ಬಾಲಕಿಯನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 144 ಲೇಖನಿಗಳಿದ್ದು,ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 20 ಲೇಖನಿಗಳು ದೋಷಪೂರಿತ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಲೇಖನಿಗಳು ಉತ್ತಮವಾಗಿವೆ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಉತ್ತಮವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಲೇಖನಿಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿದ್ದರೆ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವದಿಲ್ಲ. ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಲೇಖನಿಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳದಿರುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 3 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 5 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಚೀಲದಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಚೆಂಡು ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ತೆಗೆದ ಚೆಂಡು (1) ಕೆಂಪು (2) ಕೆಂಪು ಅಲ್ಲದ ಚೆಂಡು ಆಗಿರುವ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

9) ಒಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು 3 ಸಲ ಚಿಮ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸಲದ ಫಲಿತವನ್ನು ದಾಖಲಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಶಶಾಂಕನು, ಪ್ರತಿ ಸಲವೂ ಒಂದೇ ಫಲಿತಾಂಶ ಅಂದರೆ, 3 ಶಿರಗಳು ಅಥವಾ 3 ಪುಚ್ಛಗಳು ಬಂದರೆ, ಆಟದಲ್ಲಿ ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ. ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಸೋಲುತ್ತಾನೆ. ಶಶಾಂಕನು ಆಟದಲ್ಲಿ ಸೋಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು 2 ಸಲ ಉರುಳಿಸಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
(1) ಎರಡೂ ಸಲ 5 ಮೇಲೆ ಬರದಿರುವದು (2) ಕನಿಷ್ಟ ಒಂದು ಸಲ 5 ಮೇಲೆ ಬರುವದು.

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

ಕಾರ್ಡ್ 11

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಅಂಕ:2

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶವಿಧಾನ ಅಥವಾ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ ಯಾವುದಾದರು ಒಂದು ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

ಉದಾ1) **x+y=14 & x-y=4**

ಪರಿಹಾರ:

$$x + y = 14 \ldots.(1)$$
$$x - y = 4 \ldots..(2)$$
$$2x + 0 = 18$$ ಸಮೀಕರಣ (1) + (2)

$\Rightarrow 2x = 18 \quad \Rightarrow \therefore x = 9$

$x = 9$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x+y=14 \quad \Rightarrow 9+y=14 \quad \Rightarrow y=14-9=5 \quad \Rightarrow \therefore y = 5$

ಉದಾ2) **2x+3y =16 & x-2y =1**

ಪರಿಹಾರ:

$$2x+3y = 16 \ldots.(1) \times 2$$
$$x-2y = 1 \ldots..(2) \times 3$$

$$4x+6y = 32 \ldots.(1) \times 2$$
$$3x-6y = 3 \ldots..(2) \times 3$$
$$7x + 0 = 35$$ ಸಮೀಕರಣ (1) + (2)

$\Rightarrow 7x = 35 \quad \Rightarrow \therefore x = 5$

$x = 5$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$2x+3y = 16 \quad \Rightarrow 2x5+3y = 16$

$10+3y = 16 \Rightarrow 3y=16-10$

$3y = 6 \quad \Rightarrow \therefore y = 2.$

ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವದು.

ಉದಾ 3) **x+3y=1 & 2x-5y=13**

ಪರಿಹಾರ: **x+3y-1 =0 & 2x-5y-13=0**

$a_1=1 \; b_1=3 \; c_1=-1 \qquad a_2=2 \; b_2=-5 \; c_2=-13$

ಸೂತ್ರ $\dfrac{x}{b1c2-b2c1} = \dfrac{y}{c1a2-c2a1} = \dfrac{1}{a1b2-a2b1}$

$$\frac{x}{3x(-13)-(-5)x(-1)} = \frac{y}{(-1)x2-(-13)x1} = \frac{1}{1x(-5)-2x3}$$

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

$$\frac{x}{-39-5} = \frac{y}{-2+13} = \frac{1}{-5-6}$$

$$\frac{x}{-44} = \frac{y}{11} = \frac{1}{-11}$$

$\frac{x}{-44} = \frac{1}{-11}$ $\qquad$ $\frac{y}{11} = \frac{1}{-11}$

$x = \frac{-44}{-11}$ $\quad$ x=4 $\qquad$ $y = \frac{11}{-11}$ $\quad$ $y = 1$

ಉದಾ 4) 2x+y=5 & 3x+2y=8

2x+y-5=0 & 3x+2y-8=0

$a_1=2$ $b_1=1$ $c_1=-5$ & $a_2=3$ $b_2=2$ $c_2=-8$

ಸೂತ್ರ $\frac{x}{b1c2-b2c1} = \frac{y}{c1a2-c2a1} = \frac{1}{a1b2-a2b1}$

$$\frac{x}{1x(-8)-2x(-5)} = \frac{y}{(-5)x3-(-8)x2} = \frac{1}{2x2-3x1}$$

$$\frac{x}{-8+10} = \frac{y}{-15+16} = \frac{1}{4-3}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{1}{1}$$

$\frac{x}{2} = \frac{1}{1}$ $\qquad$ $\frac{y}{1} = \frac{1}{1}$

$x = \frac{2}{1}$ $\quad$ x=2 $\qquad$ $y = 1$

OMPRAKASH

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶವಿಧಾನ ಅಥವಾ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ ಯಾವುದಾದರು ಒಂದು ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ

1) x-y=2 & 2x-y=8 2) x-3y=7 & x-y=5 3) x+y=5 & 2x-3y=4

4) 3x+4y=10 & 2x-2y=2 5) 3x-5y=-4 & 9x-2y=7 6) x+y=7 & x-y=3

7) x+y=7 & x-y=1 8) 2x+5y=4 & x-5y=8 9) x+y=10 & x-y=2

10) 2x+y=5 & 3x+2y=8

11) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 5 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ, ಅಗಲವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 9 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಉದ್ದವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 67 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12) 2000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಹಿಂಪಡೆಯಲು ಶ್ರಾವಣಿ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹೋದಳು. ಅವಳು ನಗದು ಗುಮಾಸ್ತರಲ್ಲಿ 50ರೂ ಮತ್ತು 100 ರೂ ರ ನೋಟುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೀಡುವಂತೆ ಹೇಳಿದಳು. ಶ್ರಾವಣಿಗೆ ಒಟ್ಟು 25 ನೋಟುಗಳು ದೊರೆತವು. 50ರೂ ಮತ್ತು 100 ರೂ ರ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ನೋಟುಗಳನ್ನು ಅವಳು ಪಡೆದಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕಾರ್ಡ್ 12

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ) ಅಂಕ:2

ಉದಾ 1) ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳು (1,-1),(-4,6) ಮತ್ತು (-3,-5)ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- **(1,-1) (-4,6) (-3,-5)**

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3)

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\{x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\{1\{(6-(-5)\}+(-4)\{(-5)-(-1)\}+(-3)(-1-6)\}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\{11+(-4)(-4)+(-3)(-7)\}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\{11+16+21\}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}X48$

$\triangle ABC=24$

$\therefore$ $\triangle$**ABCವಿಸ್ತೀರ್ಣ =36 ಚದರಮಾನಗಳು.**

ಉದಾ 2) ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳು (-5,-1),(3,-5)ಮತ್ತು (5,2) ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $\triangle ABC=\frac{1}{2}\{x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}[(-5)\{(-5)-2)\}+3\{(2-(-1)\}+5\{(-1)-(-5)\}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\{(-5)(-7)\}+\{3(3)+5(4)\}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\{35+9+20\}$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}X64$

$\triangle ABC=32$

$\therefore$ $\triangle$**ABCವಿಸ್ತೀರ್ಣ =32 ಚದರಮಾನಗಳು.**

ಉದಾ 3) (2,3) (-1,0)& (2,-4) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $x_1=2, x_2=-1, x_3=2, y_1=3, y_2=0, \& y_3=-4$

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}X[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$

$=\frac{1}{2}X[2(\{0-(-4)\}+(-1)\{(-4)-3)\}+2(3-0)]$

OMPRAKASH

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

$=\frac{1}{2}X[2X4+(-1)X(-7)+2X3]$

$=\frac{1}{2}X[8+7+6]$

$=\frac{1}{2}X21$

∴ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =10.5 ಚದರಮಾನಗಳು.

ಉದಾ 4) (7,-2) (5,1)& (3,k) ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}X[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$

$\frac{1}{2}X[7(1-k)+5(k-(-2))+3(-2-1)]=0$

$\frac{1}{2}X[7(1-k)+5(k+2)+3(-3)]=0$

$\frac{1}{2}X[7-7k+5k+10-9]=0$

$-2k+8=0$

$2k=8 \qquad k=\frac{8}{2}$

$k=4$

ಉದಾ 5) (8,1) (k,-4)& (2,-5) ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}X[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$

$\frac{1}{2}X[8(-4-(-5))+k(-5-1)+2(1-(-4))]=0$

$8(-4+5)+k(-6)+2(1+4)=0$

$8-6k+10=0 \qquad -6k+18=0$

$6k=18$

$6k=18 \qquad k=\frac{18}{6}$

$k=3$

ಉದಾ 6) (1,5)(2,3) ಮತ್ತು (-2,-11) ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವೇ ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ.

ಉದಾ 7) (3,5) (-1,-2)&(2,-4) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾ 8) (0,0) (-5,8)&(-9,0) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾ 9) (1,7) (-5,3)&(6,2) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾ 10) (7,0) (-5,0)&(0,8) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

OMPRAKASH

ಕಾರ್ಡ್ 13

ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಮತ್ತು ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ ಅಂಕ; 2 ಅಥವಾ 3

ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

1) ಒಂದು ವೃತ್ತವು (-7,1) ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತಿದ್ದು ಅದರ ಕೇಂದ್ರವು (-5,4) ಆಗಿದ್ದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

d=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

(-7,1) ಮತ್ತು (-5,4) ಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ = ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ

=$\sqrt{(-5-(-7))^2+(4-1)^2}$

=$\sqrt{(-5+7)^2+(3)^2}$

=$\sqrt{4+9}$ =$\sqrt{13}$

2) (2,5) ಮತ್ತು $(x,-7)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು 13 ಆಗಿದ್ದರೆ x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ

d=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

13=$\sqrt{(x-2)^2+(-7-5)^2}$

13=$\sqrt{(x-2)^2+(-12)^2}$

13=$\sqrt{(x-2)^2+144}$ ವರ್ಗಮಾಡಿದಾಗ

$13^2=(x-2)^2+144$

169-144=$(x-2)^2$

$(x-2)^2=25$

$x-2=\pm5$

$x-2=5$	$x-2=-5$
$x=5+2$	$x=-5+2$
$x=7$	$x=-3$

3) (−3,10) ಮತ್ತು (6,−8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (x,y)

=$\left(\frac{x_2+x_1}{2},\frac{y_2+y_1}{2}\right)$ = $\left(\frac{6+(-3)}{2},\frac{-8+10}{2}\right)$

=$\left(\frac{3}{2},\frac{2}{2}\right)$= $\left(\frac{3}{2},1\right)$

4) ಬಿಂದುಗಳು (4,-5) ಮತ್ತು (6,3) ಇರುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ:- $x_1=4, x_2=6, y_1=-5, y_2=3$

$P=[\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}]$

=$\{\frac{4+6}{2},\frac{-5+3}{2}\}$ ⇒ =$\frac{10}{2},\frac{-2}{2}$ ∴ p = (5,-1)

5) ಬಿಂದುಗಳು (4,-5) ಮತ್ತು (6,3) &ಅನುಪಾತಗಳು (2:5) ಇರುವ P ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$x_1=4, x_2=6, y_1=-5, y_2=3$

$P=[\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\frac{my_2+ny_1}{m+n}]$

$P=[\frac{2x6+5x4}{2+5},\frac{2x3+5x(-5)}{2+5}]$

$P=[\frac{12+20}{7},\frac{6-25}{7}]$ $P=[\frac{32}{7},\frac{-19}{7}]$

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

6) **(5,-2),(6,4) ಮತ್ತು (7,-2)** ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹುತ್ರಿಭುಜವೇ ?

ಪರಿಹಾರ:- AB=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

=$\sqrt{(6-5)^2+\{4-(-2)^2}$ =$\sqrt{(1)^2+(6)^2}$

=$\sqrt{1+36}$ AB =$\sqrt{37}$

BC=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

=$\sqrt{\{7-6\}^2+\{(-2)-4\}^2}$

=$\sqrt{(1)^2+(-6)^2}$

=$\sqrt{1+36}$

BC =$\sqrt{37}$

CA=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

=$\sqrt{\{5-7\}^2+\{(-2)-(-2)\}^2}$

=$\sqrt{(-2)^2+(0)^2}$

CA= $\sqrt{4}$ =2 ∴ AB = BC =$\sqrt{37}$ ಇದು **ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹುತ್ರಿಭುಜ.**

7) **(1,5),(2,3) ಮತ್ತು (-2,-11)** ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿವೆ?

ಪರಿಹಾರ:- AB=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

=$\sqrt{(2-1)^2+(3-5)^2}$

=$\sqrt{(1)^2+(-2)^2}$

AB= $\sqrt{1+4}$=$\sqrt{5}$

BC=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

=$\sqrt{\{(-2)-(2)\}^2+\{(-11)-(3)\}^2}$

=$\sqrt{(-4)^2+(-14)^2}$

=$\sqrt{16+196}$

BC =$\sqrt{212}$

CA=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

=$\sqrt{\{(-2)-1\}^2+\{(-11)-5)^2}$

=$\sqrt{(-3)^2+(-16)^2}$

=$\sqrt{9+256}$ CA =$\sqrt{265}$

8) (4,-5) ಮತ್ತು (6,3)ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಬಿಂದುವು 2:5 ರಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಅದರ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

9) (5,4) ಬಿಂದುವು (2,1) ಮತ್ತು (7,6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10) (-1,k) ಮತ್ತು (-3,10) ಮತ್ತು (6,-8) ಬಿಂದುಗಳ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು k ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11) (2,3) ಮತ್ತು (4, 7) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12) (3,1) ಮತ್ತು $(6,6)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13) (2,3) ಮತ್ತು $(0,x)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು 5 ಆಗಿದ್ದರೆ x ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

14) AB ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ (2,-3) ಮತ್ತು B ಯು (1,4) ಆದರೆ ೦ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15) (-1, 7) ಮತ್ತು (4, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2 : 3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16) **(-2,1), (4,6), (6,-3)** ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) (1,-3), (-3,0), (4,1) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಶೃಂಗಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜವು ಲಂಬ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

ಕಾರ್ಡ್ 14

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು. ಅಂಕ: 2

ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

1) $x^2 - 7x + 12$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $x^2 - 7x + 12$ +12 → -4, -3

$= x^2 - 4x - 3x + 12$

$= x(x-4) - 3(x-4)$

$= (x-4)(x-3)$

$x-4 = 0$ or $x—3 = 0$

$\Rightarrow x=3$ or $x=4$

$\therefore$ $x^2 - 7x + 12$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು 3 & 4.

2) $5x^2 + 13x + 8$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $5x^2 + 13x + 8$ +8x5=+40 → +8, +5

$= 5x^2 + 8x + 5x + 8$

$= x(5x+8) + 1(5x+8)$

$= (5x+8)(x+1)$

$5x+8 = 0$ or $x+1 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{-8}{5}$ or $x = -1$

$\therefore$ $5x^2 + 13x + 8$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $\frac{-8}{5}$ & -1

3) $3x^2 + 2x - 8$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:- $3x^2 + 2x - 8$ -8x3=-24 → +6, -4

$= 3x^2 + 6x - 4x - 8$

$= 3x(x+2) - 4(x+2)$

$= (x+2)(3x-4)$

$x+2 = 0$ or $3x-4 = 0$

$\Rightarrow x = -2$ or $x = \frac{4}{3}$

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) $6x^2 - 3 - 7x$ 2) $2x^2 - 3x - 5$ 3) $2x^2 - 8x + 6$ 4) $x^2 - 7x - 18$

5) $x^2 + 7x + 10$ 6) $6x^2 - 13x + 6$

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೊಟ್ಟಾಗ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{-9}{2}$ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ $\frac{-3}{2}$ ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
ಪರಿಹಾರ: α , β ಗಳು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\alpha+\beta=\frac{-9}{2}$ ಗುಣಲಬ್ಧ $\alpha\beta=\frac{-3}{2}$

ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿ= $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$

$= x^2-(\frac{-9}{2})x+(\frac{-3}{2})$

$= x^2+\frac{9}{2}x-\frac{3}{2}$ *3 ಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ*

$=2x^2+9x-3$

2) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\sqrt{3}$ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ $\frac{1}{3}$ ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
ಪರಿಹಾರ: α , β ಗಳು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\alpha+\beta=\sqrt{3}$ ಗುಣಲಬ್ಧ $\alpha\beta=\frac{1}{3}$

ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿ= $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$

$= x^2-\sqrt{3}x+\frac{1}{3}$ *3 ಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ*

$=3x^2-3\sqrt{3}x+1$

3) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{-1}{4}$ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ $\frac{1}{4}$ ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
ಪರಿಹಾರ: α , β ಗಳು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\alpha+\beta=\frac{-1}{4}$ ಗುಣಲಬ್ಧ $\alpha\beta=\frac{1}{4}$

ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿ= $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$

$= x^2-(\frac{-1}{4})x+\frac{1}{4}$

$= x^2+\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$ *4 ಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ*

$=4x^2+x+1$

4) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ -1 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\sqrt{5}$ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ $\frac{2}{5}$ ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 4 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 1 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -5 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ $\frac{1}{5}$ ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\sqrt{3}$ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 3 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

OMPRAKASH

ಕಾರ್ಡ್ 15

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ: **ಅಂಕ:2**

1) (x^3+5x^2+5x+8) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು (x^2+3x-2) ಲಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

x^2+3x-2 | x^3+5x^2+5x+8 | $x+2$

x^3+3x^2-2x

(-) (-) (+)

$2x^2+7x+8$

$2x^2+6x-4$

(-) (-) (+)

$x+12$ ಭಾಗಲಬ್ಧ = $x+2$ ಶೇಷ = $(x+12)$

2) $(6x^4+13x^3+13x^2+30x+20)$ ಲಿಂದ ಎಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $(3x^2+2x+5)$ ಲಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?

$2x^2+3x-1$

$3x^2+2x+5$ | $6x^4+13x^3+13x^2+30x+20$

$6x^4+4x^3+10x^2$

(-) (-) (-)

$9x^3+3x^2+30x+20$

$9x^3+6x^2+15x$

(-) (-) (-)

$-3x^2+15x+20$

$-3x^2-2x-5$

(+) (+) (+)

$17x+15$ ಕಳೆಯಬೇಕಾದ ಪದ = $17x+15$

3) $(x^4+2x^3-2x^2+x-1)$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗೆ ಏನನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು (x^2+2x-3) ಲಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?

x^2+2x-3 | $x^4+2x^3-2x^2+x-1$ | x^2+1

$x^4+2x^3-3x^2$

(-) (-) (+)

x^2+x-1

x^2+2x-3

(-) (-) (+)

$-x+2$ ಕೂಡಿಸಬೇಕಾದ ಪದ $= x-2$

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

4) (x^2+3x^3+2x+5) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು $(2x+1+x^2)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) $(x^4+2x^3-2x^2+x-1)$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು (x^2+2x-3) ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) $(7x^3+4x^2-x-10)$ ಏನನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $(2x^2+3x-2)$ ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?

1) $(x^3-3x^2+ax-10)$ ರ ಅಪವರ್ತನವು $(x-5)$ ಆದರೆ **a** ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$p(x)=(x^3-3x^2+ax-10)$

$(x-5)$, $p(x)$ ನ ಅಪವರ್ತನವಾದಾಗ $p(5)=0$

$p(5)=(5^3-3\times 5^2+a\times 5-10)$

$=125-75+5a-10$

$0=40+5a$

$5a=-40$

$a=\frac{-40}{5}$ a = -8

2) $(4x^4+2x^3-3x^2+8x+5a)$ ರ ಅಪವರ್ತನವು $(x+2)$ ಆದರೆ **a** ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) (x^3-6x^2+6x+a) ರ ಅಪವರ್ತನವು $(x-3)$ ಆದರೆ **a** ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4) $(3x^4+5x^3-7x^2+2x+2)$ ರ ಅಪವರ್ತನವು (x^2+3x+1) ಆಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

1) $(2x^4-3x^3-3x^2+6x-2)$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $\sqrt{2}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{2}$ ಆದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $\sqrt{2}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{2}$ ರ ಗುಣಲಬ್ಧ $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})=x^2-2$

$(2x^4-3x^3-3x^2+6x-2)$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು x^2-2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಬೇಕು

$x^2-2 \;|\; 2x^4-3x^3-3x^2+6x-2 \;|\; 2x^2-3x+1$

$2x^4-0x^3-4x^2$

(+) (+) (+)

$-3x^3+x^2+6x$

$-3x^3+0x^2+6x$

(+) (-) (-)

x^2-2

x^2-2

(-) (+)

0

$2x^2-3x+1$ ವನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದಾಗ

$2x^2-3x+1$ $\qquad 1x2=+2$ → -2, -1

$2x^2-2x-x+1$

$2x(x-1)-1(x-1)$

$(x-1)(2x-1)=0$

$(x-1)=0 \qquad (2x-1)=0$

$x=1 \qquad x=\frac{1}{2}$

ಉಳಿದೆರಡು ಶೂನ್ಯತೆಗಳು 1 ಮತ್ತು $\frac{1}{2}$

2) $(3x^4+6x^3-2x^2-10x-5)$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $\sqrt{\frac{5}{3}}$ ಮತ್ತು $-\sqrt{\frac{5}{3}}$ ಆದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

OMPRAKASH

ಅಧ್ಯಾಯಗಳ ಸೂತ್ರಗಳು

1 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ

1) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ

$$a, a+d, a+2d, a+3d \dots\dots\dots a+(n-1)d.$$

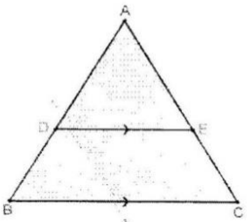
2) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ :

$$a_{n=a+(n-1)d}$$

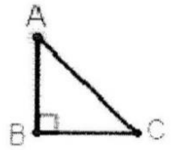
3) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ : $S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

4) ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ : $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

2. ತ್ರಿಭುಜಗಳು



- ಥೇಲ್ಸ ಪ್ರಮೇಯಿ ದ ಪ್ರಕಾರ
  $$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$
- ಉಪಪ್ರಮೇಯಿ–1 ರ ಪ್ರಕಾರ
  $$\frac{AB}{DB} = \frac{AC}{EC}$$
- ಉಪಪ್ರಮೇಯಿ–2 ರ ಪ್ರಕಾರ
  $$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$
- ಉಪಪ್ರಮೇಯಿ–3 ರ ಪ್ರಕಾರ
  $$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$



ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ :
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

3. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ

- **ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ**

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0, \quad a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

ಅನುಪಾತಗಳ ಹೋಲಿಕೆ	ನಕ್ಷೆಯ ಸ್ವರೂಪ	ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಮೀಕರಣದ ಸ್ಥಿರತೆ
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು	ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರ (ಅನನ್ಯ)	ಸ್ಥಿರ ಸಮೀಕರಣ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರ (ಅನಂತ)	ಅವಲಂಬಿತ ಸ್ಥಿರ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ	ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

4. ವೃತ್ತಗಳು

- ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ, ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

5. ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

- ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ, $C = 2\pi r$
- ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, $A = \pi r^2$
- θ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$
- θ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= $\frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

7. ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

- ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ,
  $$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
- ಮೂಲ ಬಿಂದು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವಿನ ದೂರ, $d = \sqrt{x^2 + y^2}$
- ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ,
  $$p(x, y) = \left[\frac{m_2x_2 + m_1x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_2y_2 + m_1y_1}{m_1 + m_2}\right]$$
- ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ, $p(x, y) = \left[\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right]$
- ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\Delta = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_1) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

8. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

- ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ
  $$a = (b \times q) + r$$
  ಭಾಜ್ಯ = (ಭಾಜಕ ×ಭಾಗಲಬ್ಧ)+ಶೇಷ
- (a, b) ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ $\times$ (a, b) ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ = $a \times b$

9. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

$ax^2 + bx + c, a \neq 0$ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆದರೆ,

- ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ : $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
- ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ : $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

$ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α, β ಮತ್ತು γ ಆದರೆ,

- ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ : $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$
- 2 ಅನುಕ್ರಮ ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತ :
  $$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$
- ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ : $\alpha\beta\gamma = -d$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ (ಕ್ರಮವಿಧಿ)

$$p(x) = [g(x) \times q(x)] + r(x)$$

ಭಾಜ್ಯ = (ಭಾಜಕ×ಭಾಗಲಬ್ಧ)+ಶೇಷ

10. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ : $ax^2 + bx + c = 0$
- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- ಶೋಧಕ : $\Delta = b^2 - 4ac$
- ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ

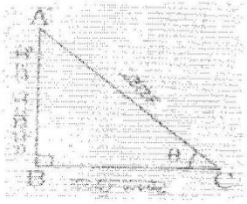
$\Delta = 0$ ಆದಾಗ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ

$\Delta > 0$ ಆದಾಗ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ

$\Delta < 0$ ಆದಾಗ ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643

11. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ



ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಹೆಸರು	ಅನುಪಾತ	ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಹೆಸರು	ಅನುಪಾತ
$\sin\theta$	$\frac{AB}{AC} = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\cot\theta$	$\frac{BC}{AB} = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$
$\cos\theta$	$\frac{BC}{AC} = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\sec\theta$	$\frac{AC}{BC} = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$
$\tan\theta$	$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$	$cosec$ (	$\frac{AC}{AB} = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$

➢ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
$\cot\theta$	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
$cosec\,\theta$	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

➢ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಗಳು

1) $\sin\theta = \frac{1}{cosec\theta}$, 2) $\cos\theta = \frac{1}{sec\theta}$, 3) $\tan\theta = \frac{1}{cot\theta}$

4) $\cot\theta = \frac{1}{cot\theta}$, 5) $\sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$, 6) $cosec\theta = \frac{1}{sin\theta}$

7) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$, 8) $cot\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta}$

➢ θ ಮತ್ತು ಅದರ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

- $sin(90° - \theta) = cos\theta$ $\quad cos(90° - \theta) = sin\theta$
- $tan(90° - \theta) = cot\theta$ $\quad cot(90° - \theta) = tan\theta$
- $sec(90° - \theta) = cosec\theta$ $\quad cosec(90° - \theta) = sec\theta$

➢ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

1) $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$ $\quad \Rightarrow sin^2\theta = 1 - cos^2\theta$
$\Rightarrow cos^2\theta = 1 - sin^2\theta$

2) $sec^2\theta = 1 + tan^2\theta$ $\quad \Rightarrow tan^2\theta = sec^2\theta - 1$
$\Rightarrow sec^2\theta - tan^2\theta = 1$

3) $1 + cot^2\theta = cosec^2\theta$ $\quad \Rightarrow cot^2\theta = cosec^2\theta - 1$
$\Rightarrow cosec^2\theta - cot^2\theta = 1$

12. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು

$$\tan\theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$$

13. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

➢ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರಗಳು

ವಿಧಾನ	ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶ
ನೇರ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$
ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = a + h\left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)$

➢ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕ (ರಾಶಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

ಬಹುಲಕ $= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

➢ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{h}\right] \times h$

14. ಸಂಭವನೀಯತೆ

➢ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $P(E) = \frac{n(E)}{n(s)}$

➢ ಖಚಿತ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = 1

➢ ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = 0

➢ ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳು $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

15. ಕ್ಷೇತ್ರ ಗಣಿತ

ಘನಾಕೃತಿ	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂ. ಮೇ.ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r(r + h)$	$\pi r^2 h$
ಶಂಕು	πrl	$\pi r(r + l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
ಶಂಕುವಿನ ಛಿನ್ನಕ	$\pi(r_1 + r_{2)}$	$\pi(r_1 + r_{2)l} + \pi(r_1^2 + r_2^2)$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 . r_{2)}$
ಗೋಳ	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$

ಕೆಲವು ಉಪಯುಕ್ತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
4. $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
5. $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
6. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
7. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

ರಚನೆ: ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್ ಯತ್ತಿನಹಳ್ಳಿ ಸಹಶಿಕ್ಷಕರು ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ಮರೋಳ ತಾ:ಜಿ:ಹಾವೇರಿ 9449513643