

ಎಸ್. ಎಸ್. ಎಲ್. ಸಿ.

# ಗಣಿತ

ಹೊಸ  
ಪಠ್ಯಾಧಾರಿತ  
ಪರಿಷ್ಕೆಯ  
ಪ್ರಶ್ನೋತ್ತರಗಳು

2019

ಪಾಸಿಂಗ್ ಪ್ರಾಕ್ಟೀಸ್

ಸ್ಮೂಲಿಂಗ್ ಪ್ರಾಕ್ಟೀಸ್

ಪರಿಷ್ಕೆ ತಯಾರಿ

ರಚನೆ :

ಓಂಪ್ರಕಾಶ ಎಸ್. ಯತ್ರಿನಹಳ್ಳಿ

ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರಕಾರಿ ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ, ಮರೋಳ, ತಾ/ಜಿ|| ಹಾವೇರಿ

ಮೊ : 9449513643

**ಗಣಿತ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯ ದಿಕ್ಕೂಚಿ**  
**35 ಅಂಕಗಳ ಸ್ಕೋರಿಂಗ್ ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು**

ಕ್ರ. ಸಂ	ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು	ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು
1	ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ರಚನೆ.	2
2	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು.	4
3	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ ಮತ್ತು ರೇಖಾಖಂಡದ ಅನುಪಾತೀಯ ವಿಭಾಗ.	3
4	ಓಜೀವ್ ರಚನೆ ಸಂಖ್ಯಾ ಶಾಸ್ತ್ರ.	3
5	ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು.	4
6	ವೃತ್ತಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು.	3
7	ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಧನೆ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.	2
8	ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.	3
9	ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವುದು.	2
10	ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಮತ್ತು ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ .	2
11	ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ).	2
12	ಸಂಭವನೀಯತೆ.	2
13	ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಆದೇಶವಿಧಾನ ಅಥವಾ ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಓರೆಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು.	2
14	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	2
15	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ	2

**80 ಅಂಕಗಳ ಸ್ಕೋರಿಂಗ್ ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು**

ಕ್ರ. ಸಂ	ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು	ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು
16	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	2
17	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು ಮೇಲಿನ ಅನ್ವಯಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	3 ಅಥವಾ 4
18	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	2
19	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	2 ಅಥವಾ 3
20	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಪೈಥಾಗೊರಸ ಪ್ರಮೇಯದ ಮೇಲಿನ ಅನ್ವಯಿಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	2 ಅಥವಾ 3
21	ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ದೂರದ ಮೇಲಿನ ಸರಳವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	2
22	ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ದೂರದ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	3 ಅಥವಾ 4
23	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	2 ಅಥವಾ 3
24	ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	2 ಅಥವಾ 3
25	ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲ.	2 ಅಥವಾ 3
26	ಜೋಡಿಸುವ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.	3 ಅಥವಾ 4

ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಿಂದ 1 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಒಟ್ಟು 14 ಅಂಕಗಳು.



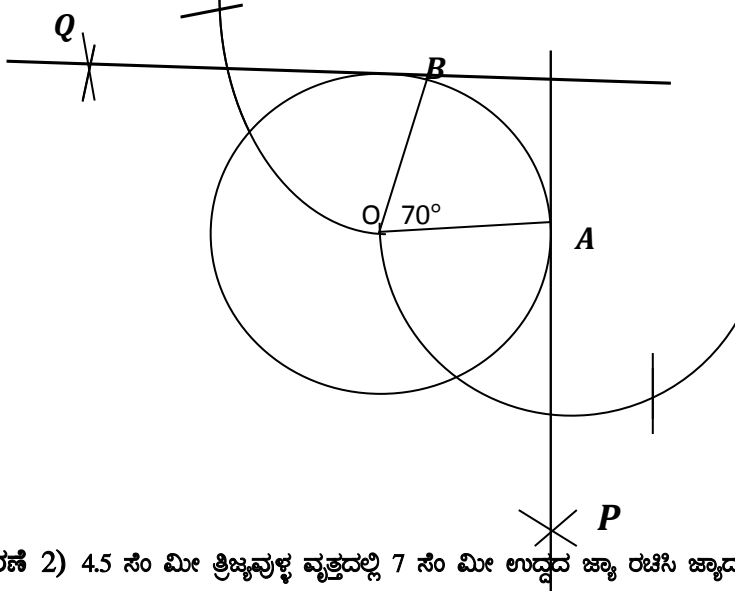
**ವಿಷಯಕ್ಕೆ (ಘಟಕವಾರು ) ನಿೀಡಿರುವ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆ**

ಕ್ರ ಸಂ	ಅಧ್ಯಾಯಗಳು	ಅಂಕಗಳ ಹಂಚಿಕೆ	ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು
1*	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು	1+2+3 ಅಥವಾ 1+1+4 ಅಥವಾ 2+4	06
2*	ತ್ರಿಭುಜಗಳು	1+3+4 ಅಥವಾ 2+2+4 ಅಥವಾ 1+1+2+4	08
3*	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು	1+3+4 ಅಥವಾ 2+2+4 ಅಥವಾ 1+1+2+4	08
4*	ವೃತ್ತಗಳು	1+3	04
5	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಷ್ಣುಣಗಳು	1+2 ಅಥವಾ 3	03
6	ರಜನೆಗಳು	2+3	05
7*	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	1+2+2 ಅಥವಾ 2+3	05
8*	ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	1+1+2 ಅಥವಾ 2+2	04
9*	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	1+2+3 ಅಥವಾ 1+1+2+2	06
10*	ವರ್ಗನಮೀಕರಣಗಳು	1+2+3 ಅಥವಾ 1+1+2+2	06
11*	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ಥಾವನೆ	1+3 ಅಥವಾ 2+2	04
12	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	1+4 ಅಥವಾ 2+3	05
13*	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	1+2+3 ಅಥವಾ 3+3	06
14	ಸಂಭವನೀಯತೆ	1+2	03
15*	ಮೆಲ್ಟೈ ವಿಷ್ಣುಣಗಳು & ಘನಫಲ	1+2+4 ಅಥವಾ 1+1+2+3	07
<b>TOTAL</b>			<b>80</b>

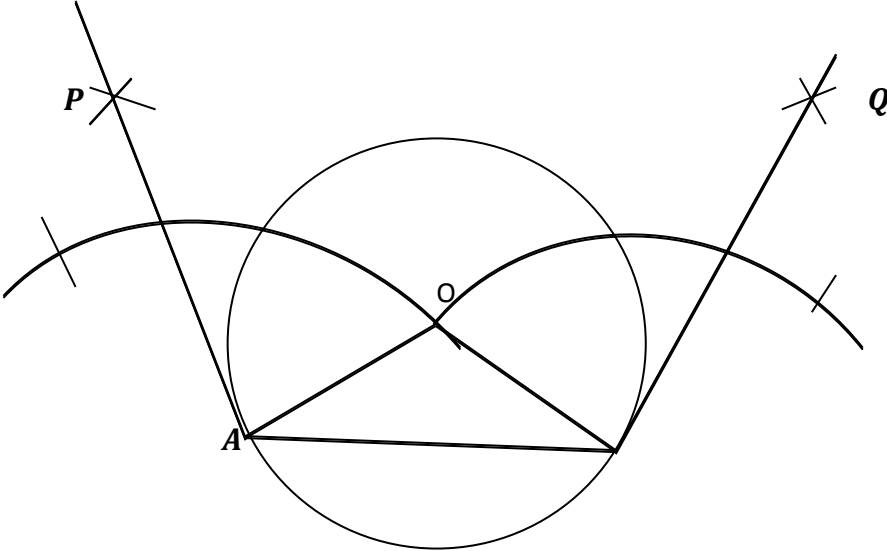
1) ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ರಚನೆ

ಅಂಕ:2

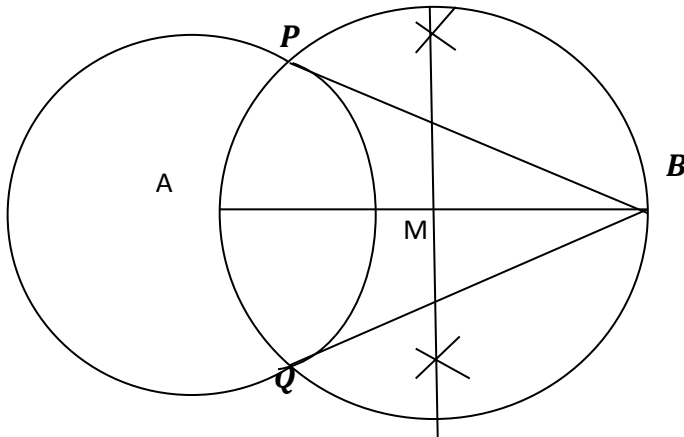
ಉದಾ 1) 3.5ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $70^\circ$  ಇರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕ ರಚಿಸಿ



ಉದಾಹರಣೆ 2) 4.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 7 ಸೆಂ ಮೀ ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾ ರಚಿಸಿ ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ

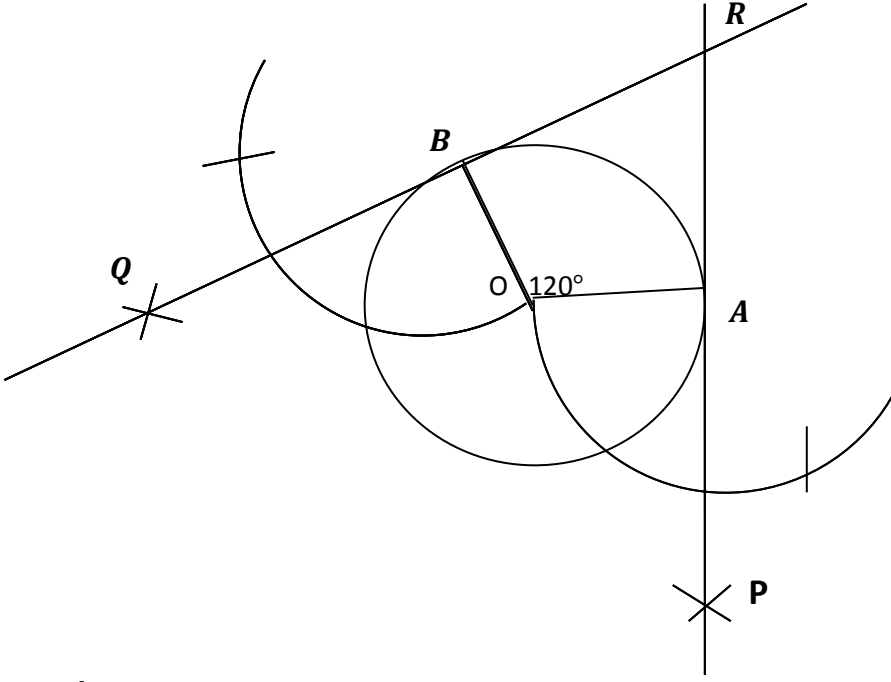


ಉದಾ4) 4 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ

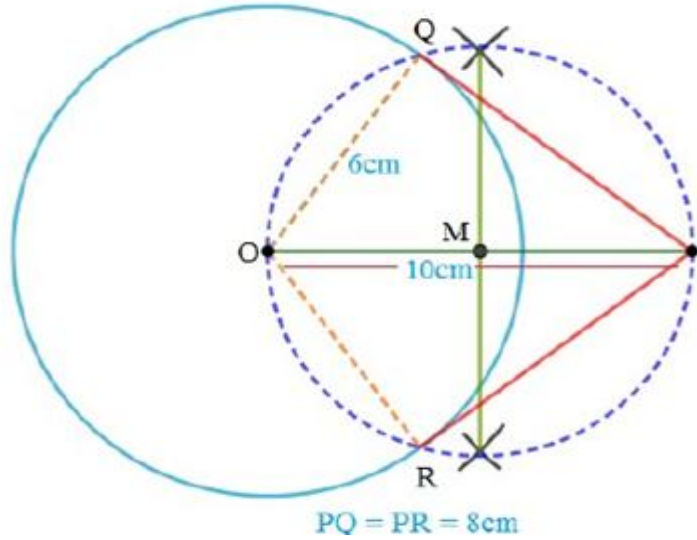


ಉದಾಹರಣೆ4) 4 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $60^\circ$  ಇರುವಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ





5) 6 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10 ಸೆಂ.ಮೀ ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.ಅವುಗಳ ಉದ್ದಗಳ ಅಳತೆ ಬರೆಯಿರಿ.



ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

- 1) 3.5 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $90^\circ$  ಇರವಂತೆ ರಚಿಸಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 2) 4 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $120^\circ$  ಇರವಂತೆ ರಚಿಸಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 3) 4 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 6 ಸೆಂ ಮೀ ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾ ರಚಿಸಿ ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 4) 7 ಸೆಂಮೀ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 5) 8 ಸೆಂಮೀ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 7 ಸೆಂ ಮೀ ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾ ರಚಿಸಿ ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಿಗೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 6) 4.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $110^\circ$  ಇರವಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 7) 3.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $90^\circ$  ಇರವಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 8) 3.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8 ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 9) 5.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7 ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 10) 4 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದಿಂದ 5 ಸೆಂಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ

- 11) 4.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 12) 5.5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7ಸೆಂ ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 13) 4 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತದಿಂದ 5 ಸೆಂಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ
- 14) 3 ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು 4.5 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8ಸೆಂಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

## 2) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು ಅಂಕ:4

ಉದಾ 1)  $x+y=5$

$2x+y=8$  ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

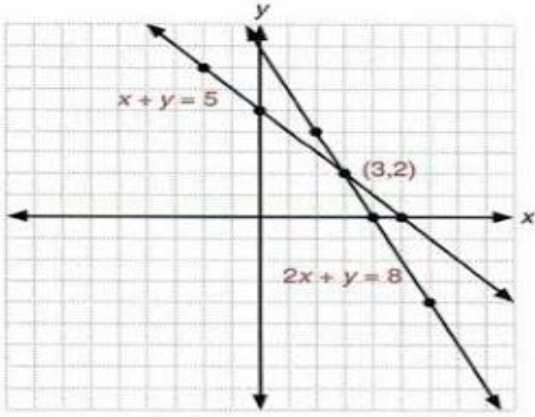


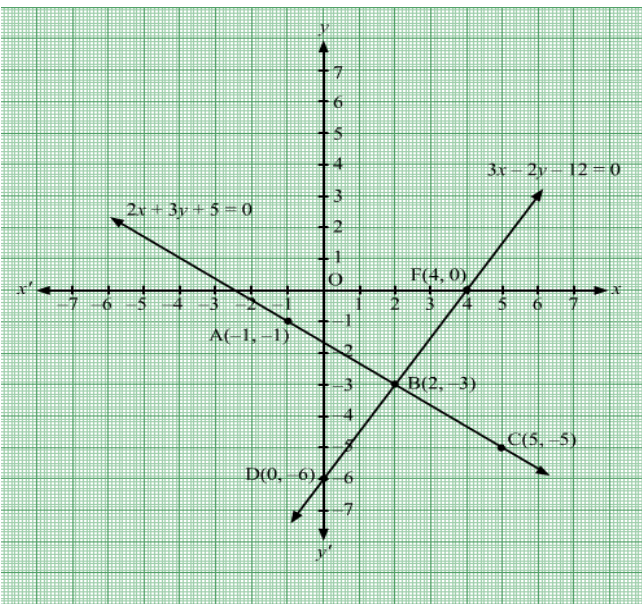
Table of values for  $x + y = 5$ :

$x$	-2	0	5
$y$	7	5	0

Table of values for  $2x + y = 8$ :

$x$	2	4	6
$y$	4	0	-4

ಉದಾ 2)  $2x+3y=-5$      $3x-2y=12$  ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.



$$y = \frac{-2x-5}{3}$$

$x$	2	5	-1
$y$	-3	-5	-1

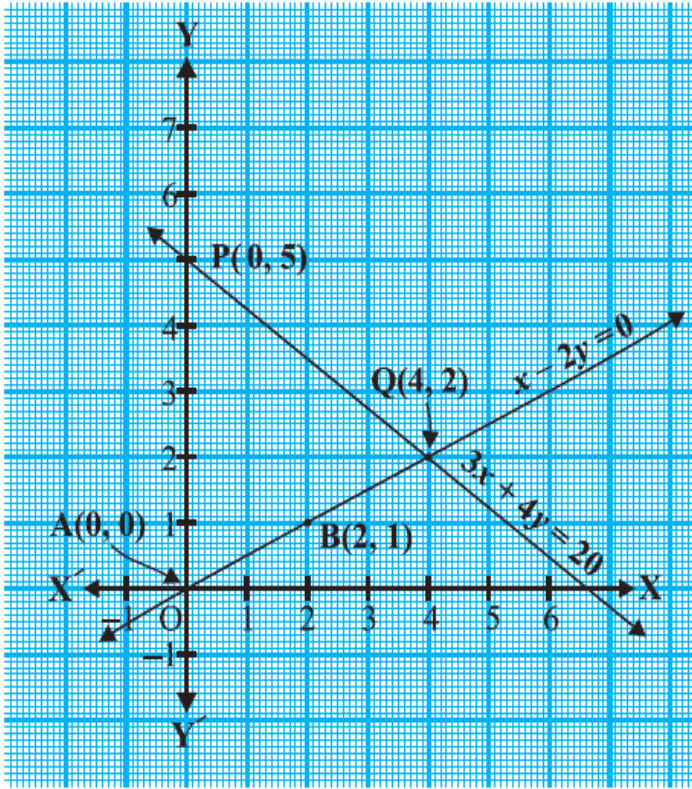
$$y = \frac{3x-12}{2}$$

$x$	0	2	4	6
$y$	-6	-3	0	3

ನಕ್ಷೆಯಿಂದ  $x = 2$   
 $y = -3$

ಉದಾ 3)  $x-2y=0$

$3x+4y=20$  ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಜಿಡಿಸಿ.



$$y = \frac{x}{2}$$

$x$	0	4	4	6
$y$	0	2	2	3

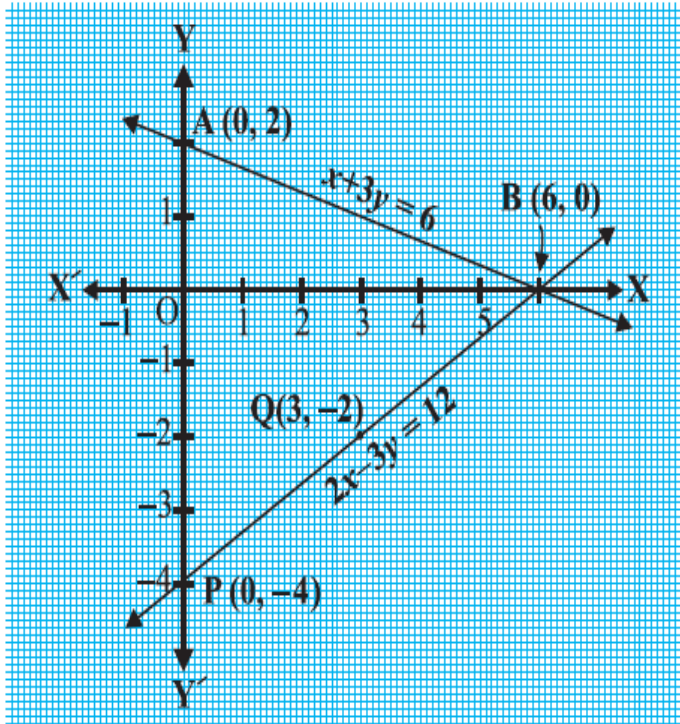
$$y = \frac{20 - 3x}{4}$$

$x$	0	4	-4
$y$	5	2	8

ನಕ್ಷೆಯಿಂದ  $x = 4$   $y = 2$

ಉದಾ 4)  $x+3y=6$

$2x-3y=12$  ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಜಿಡಿಸಿ



$$y = \frac{6 - x}{3}$$

$x$	0	3	6
$y$	2	1	0

$$y = \frac{2x - 12}{3}$$

$x$	0	3	6
$y$	-4	-2	0

ನಕ್ಷೆಯಿಂದ  $x = 6$   $y = 0$

ಉದಾಹರಣೆ 1)  $x+2y=4$  &  $2x-y=3$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

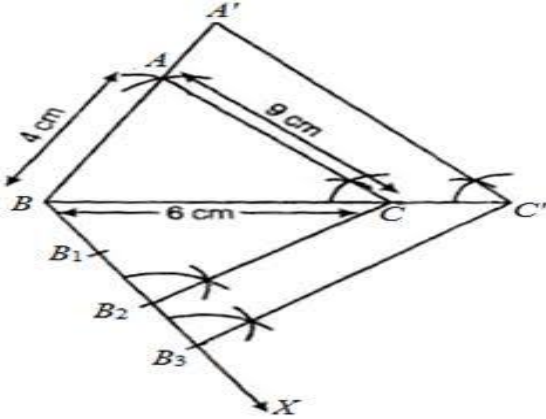


- ಉದಾಹರಣೆ 2)  $x-2y=0$  &  $3x+4y=20$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 3)  $x+y-5=0$  &  $2x+2y-10=0$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 4)  $x+y-10=0$  &  $x-y-4=0$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 5)  $2x+y-6=0$  &  $4x-2y-4=0$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 6)  $x+y=7$  &  $x-y=1$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 7)  $x-y=2$  &  $2x-y=8$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 8)  $3x+y=7$  &  $4x-y=7$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 9)  $x+y=10$  &  $x-y=2$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 10)  $x-y=8$  &  $3x-3y=16$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 11)  $x+y=14$  &  $x-y=14$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 12)  $x+2y=4$  &  $2x+4y=12$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ.

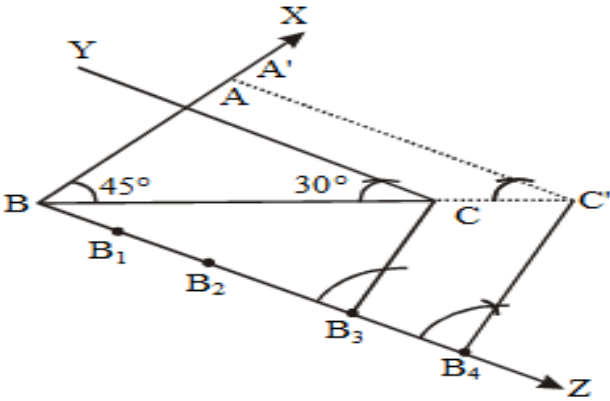
### 3) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ.

ಅಂಕ:3

ಉದಾ 1) 4 ಸೆಂ ಮೀ, 6 ಸೆಂ ಮೀ ಮತ್ತು 9 ಸೆಂ ಮೀ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{3}{2}$  ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

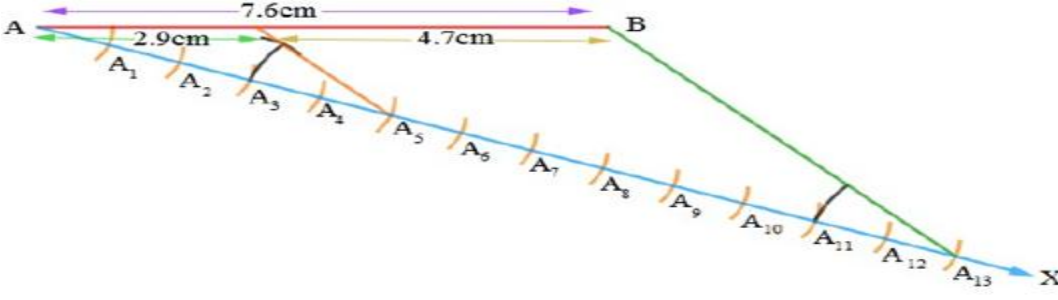


ಉದಾ 2) 4 ಸೆಂ ಮೀ, ಬಾಹುವಿರುವ ಪಾದ ಕೋನಗಳು  $45^\circ$  ಮತ್ತು  $30^\circ$  ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{4}{3}$  ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

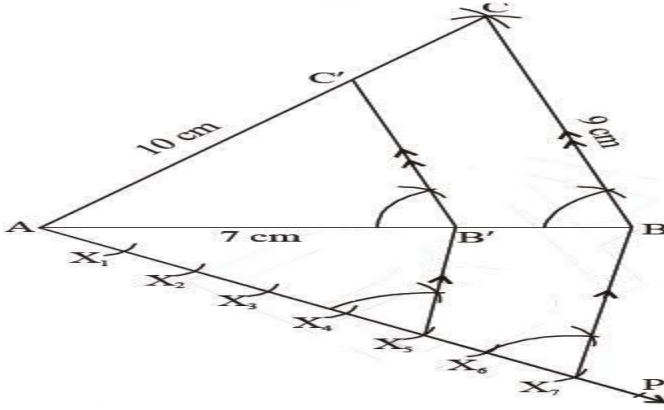


ಉದಾ 5) 7.6cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾವಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಲಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5 : 8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಲಿ.

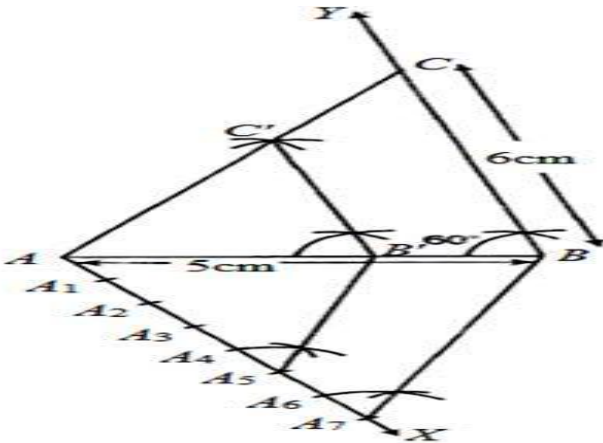
ಪರಿಹಾರ:-



ಉದಾ 3) 7 ಸೆಂ ಮೀ, 9 ಸೆಂ ಮೀ ಮತ್ತು 10 ಸೆಂ ಮೀ ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{5}{7}$  ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.



ಉದಾ 4)  $AB=5$  ಸೆಂ ಮೀ,  $\angle B= 60^\circ$   $BC=6$  ಸೆಂ ಮೀ, ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{5}{7}$  ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.



- ಉದಾಹರಣೆ 1). 7.6cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಲಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5 : 8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಲಿ.
- ಉದಾಹರಣೆ 2). 4cm, 5cm ಮತ್ತು 6cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು  $\frac{2}{3}$  ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು
- ಉದಾಹರಣೆ 3). 5cm, 6cm ಮತ್ತು 7cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{7}{5}$  ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 4). ಪಾದ 8cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4cm ಇರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{1}{2}$  ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 5). ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಗೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{5}{3}$  ರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ [ಅಂದರೆ, ಅನುಪಾತಾಂಕ 5:3 ಇರುವಂತೆ]

ಉದಾಹರಣೆ 6) BC = 6 cm, AB = 5 cm ಮತ್ತು  $\angle C = 60^\circ$  ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪಬಾಹುಗಳ  $\frac{3}{4}$  ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 7). BC = 7cm,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle B = 105^\circ$  ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು,  $\Delta ABC$  ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{3}{4}$  ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

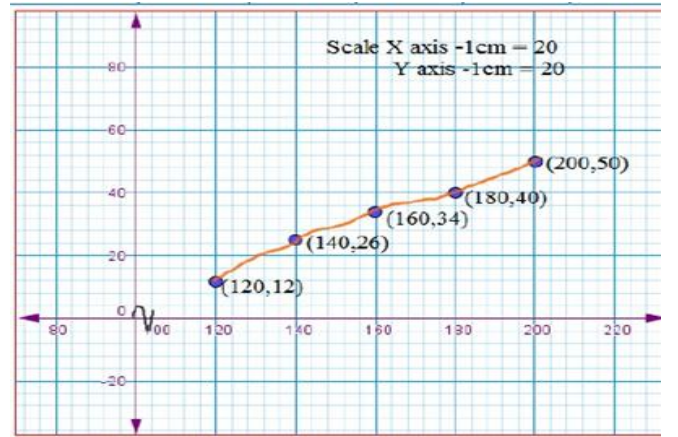
## 4) ಓಜೀವ್ ರಚನೆ ಸಂಖ್ಯಾ ಶಾಸ್ತ್ರ

ಅಂಕ:3

ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ (ಓಜೀವ್) ರಚಿಸಿಲ.

ವರ್ಗಾಂತರ	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
ಆವೃತ್ತಿ	12	14	8	6	10

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಜಿತ ಆವೃತ್ತಿ
100-120	12	12
120-140	14	26
140-160	8	34
160-180	6	40
180-200	10	50
	50	

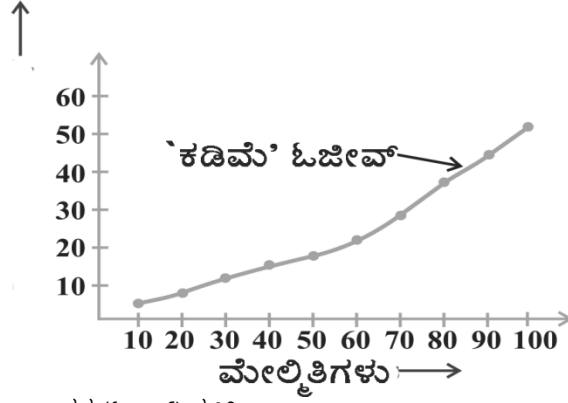


ಪರಿಹಾರ:- ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ (ಓಜೀವ್) ರಚಿಸಿಲ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ಆವೃತ್ತಿ	5	3	4	3	3	4	7	9	7	8

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಜಿತ ಆವೃತ್ತಿ
0-10	5	5
10-20	3	8
20-30	4	12
30-40	3	15
40-50	3	18
50-60	4	22
60-70	7	29
70-80	9	38
80-90	7	45
90-100	8	53





ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ (ಓಜೀವ್) ರಚಿಸಿಲ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ಆವೃತ್ತಿ	5	3	4	3	3	4	7	9	7	8

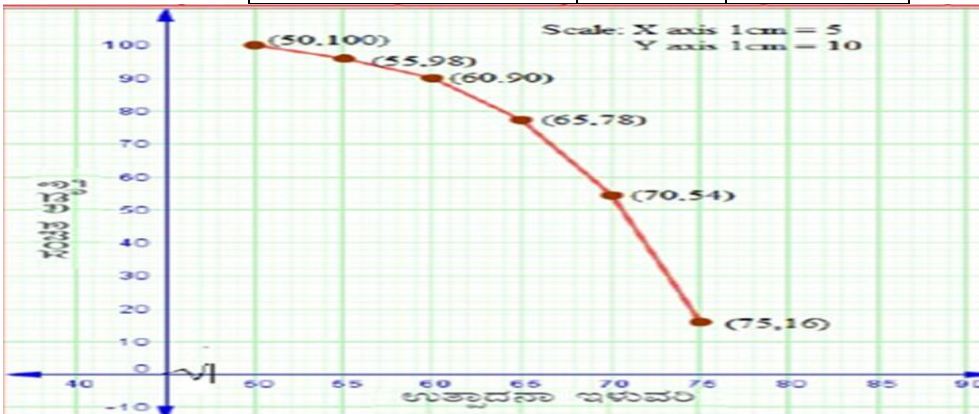
↑

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಜಿತ ಆವೃತ್ತಿ
0-10	5	53
10-20	3	48
20-30	4	45
30-40	3	41
40-50	3	38
50-60	4	35
60-70	7	31
70-80	9	24
80-90	7	15
90-100	8	8
	53	

ಪಲಹಾರ ಉದಾಹರಣೆ ೨) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ (ಓಜೀವ್) ರಚಿಸಿಲ.

ವರ್ಗಾಂತರ	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
ಆವೃತ್ತಿ	2	8	12	24	38	16

ವರ್ಗಾಂತರ (ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ)	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಜಿತ ಆವೃತ್ತಿ
50-55	2	100
55-60	8	98
60-65	12	90
65-70	24	78
70-75	38	54
75-80	16	16



## 5) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ : (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

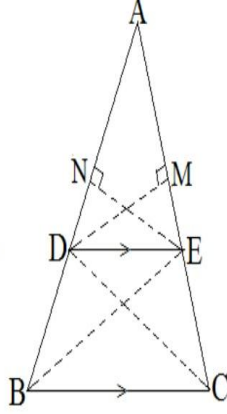
ದತ್ತ :  $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ  $DE \parallel BC$

$$\text{ಸಾಧನೀಯ : } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

ರಚನೆ : D, C ಮತ್ತು E, B ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

$EN \perp AB$  ಮತ್ತು  $DM \perp AC$  ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :



$$\therefore \frac{\triangle ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle BDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} \quad \therefore A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$\therefore \frac{\triangle ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle BDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AD}{DB} \quad \dots\dots (1)$$

$$\therefore \frac{\triangle ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle CDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} \quad \therefore A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$\therefore \frac{\triangle ADE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\triangle CDE \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AE}{EC} \quad \dots\dots (2)$$

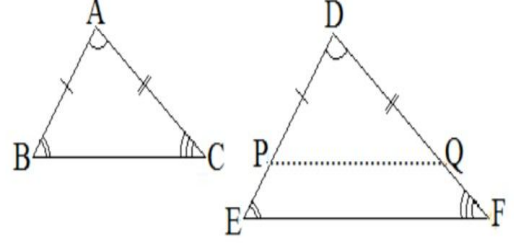
(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ,  $\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\therefore \triangle BDE$  ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $\triangle CDE$  ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$\therefore \triangle BDE$  ಮತ್ತು  $\triangle CDE$  ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಜೊತೆ ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

## ಅಂಕ:4

ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ಪ್ರಮೇಯ : ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ :  $\triangle ABC$  ಮತ್ತು  $\triangle DEF$  ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$$

$$\text{ಸಾಧನೀಯ : } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

ರಚನೆ :  $AB = DP$  ಮತ್ತು  $AC = DQ$  ಆಗುವಂತೆ  $DE$  ಮತ್ತು  $DF$  ಗಳ ಮೇಲೆ  $P$  ಮತ್ತು  $Q$  ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ,  $PQ$  ವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\triangle ABC$  ಮತ್ತು  $\triangle DPQ$  ಗಳಲ್ಲಿ,

$$AB = DP, AC = DQ \quad \therefore \text{ರಚನೆ}$$

$$\angle BAC = \angle PDQ \quad \therefore \text{ದತ್ತ}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DPQ \quad \therefore \text{ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸಿದ್ಧಾಂತ}$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DPQ \quad \therefore \text{ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಭಾ.}$$

$$\text{ಆದರೆ, } \angle ABC = \angle DEF \quad \therefore \text{ದತ್ತ}$$

$$\Rightarrow \angle DPQ = \angle DEF$$

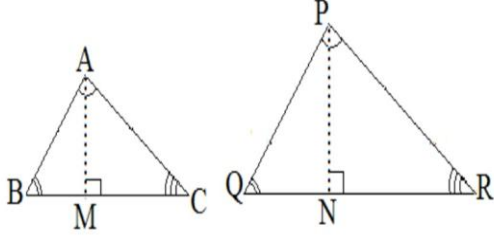
$$\therefore PQ \parallel EF \quad \therefore \text{ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ,}$$

ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

$$\therefore \frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF} \quad \therefore \text{ಥೇಲ್ಸ್ ನ ಉಪಪ್ರಮೇಯ}$$

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} \quad \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಪ್ರಮೇಯ : ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ :  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$  ಮತ್ತು  $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$

ಸಾಧನೀಯ :  $\frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{QR^2}$

ರಚನೆ :  $AM \perp BC$  ಮತ್ತು  $PN \perp QR$  ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :

$\Delta AMB$  ಮತ್ತು  $\Delta PNQ$  ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABM = \angle PQN$   $\because$  ದತ್ತ

$\angle AMB = \angle PNQ = 90^\circ$   $\because$  ರಚನೆ

$\therefore \Delta AMB \sim \Delta PNQ$   $\because$  ಕೋ.ಕೋ.ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

$\Rightarrow \frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$

ಆದರೆ,  $\frac{BC}{QR} = \frac{AB}{PQ}$

$\therefore \frac{AM}{PN} = \frac{BC}{QR}$

$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$   $\because A = \frac{1}{2} \times b \times h$

$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times AM}{QR \times PN}$

$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times BC}{QR \times QR}$   $\because \frac{AM}{PN} = \frac{BC}{QR}$

$\therefore \frac{\Delta ABC \text{ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta PQR \text{ ನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{QR^2}$

ವೈಧಾಗೋರಸನ ಪ್ರಮೇಯ : ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ :  $\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $\angle ABC = 90^\circ$ .

ಸಾಧನೀಯ :  $AB^2 + BC^2 = AC^2$

ರಚನೆ :  $BD \perp AC$  ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ :

$\Delta ABC$  ಮತ್ತು  $\Delta ADB$  ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$   $\because$  ದತ್ತ ಮತ್ತು ರಚನೆ

$\angle BAD$  ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB$   $\because$  ಕೋ.ಕೋ.ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ

$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB}$

$AB^2 = AC \cdot AD$ .....(1)

ಅದೇರೀತಿ,  $\Delta ABC \sim \Delta BDC$

$\Rightarrow \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC}$

$BC^2 = AC \cdot DC$ .....(2)  $AB^2 + BC^2 = AC \cdot AD + AC \cdot DC$

$\because$  (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು

ಕೂಡಿದಾಗ

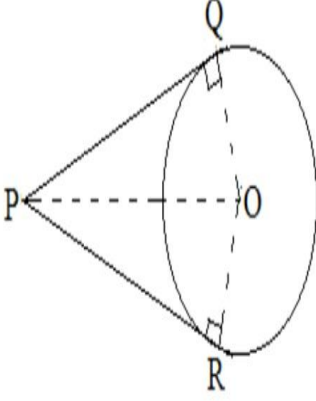
$\therefore AB^2 + BC^2 = AC(AD + DC)$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC \cdot AC = AC^2$   $\because AD + DC = AC$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$



ಪ್ರಮೇಯ : ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ, P ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು.

PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ :  $PQ = PR$

ರಚನೆ : OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ :  $\Delta OQP$  ಮತ್ತು  $\Delta ORP$  ಗಳಲ್ಲಿ,

$$OQ = OR \quad \because \text{ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು}$$

$$OP = OP \quad \because \text{ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು}$$

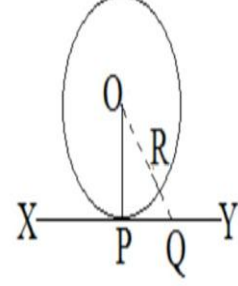
$$\angle OQP = \angle ORP \quad \because \text{ಪ್ರಮೇಯ 4.1}$$

$$\therefore \Delta OQP \cong \Delta ORP \quad \because \text{ಲಂ.ವಿ.ಬಾ.}$$

$$\therefore PQ = PR$$

$\because$  ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು

ಪ್ರಮೇಯ : ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ. XY ಯು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ. OP ಯು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ,

ಸಾಧನೀಯ :  $OP \perp XY$

ರಚನೆ : XY ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು Q ವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ,

OQ ಸೇರಿಸಿ. OQ ವು ವೃತ್ತವನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

ಸಾಧನೆ : ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $OR < OQ$  ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ,  $OR = OP \quad \because$  ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$$\therefore OP < OQ$$

Q ವು P ಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವುದರಿಂದ OP ಯು O ನಿಂದ XY ಗಿರುವ ಅತ್ಯಂತ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಾಗಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$  ಆಗಿದೆ.

$\because$  ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಅದರ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕದೇ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

## 7) ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಅಂಕ: 2

ಉದಾ 1)  $3+\sqrt{5}$  ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

$3+\sqrt{5}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾಗರಲ

$$3+\sqrt{5} = \frac{p}{q}$$

$$\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3 \quad \sqrt{5} = \frac{p-3q}{q}$$

$\sqrt{5}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಏಕೆಂದರೆ  $\frac{p-3q}{q}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆದರೆ  $\sqrt{5}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ, ಇದು ವೈರುಧ್ಯಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ಊಹೆ ( $3+\sqrt{5}$ ) ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದು ತಪ್ಪು

$\therefore 3+\sqrt{5}$  ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಉದಾ 2)  $2\sqrt{3} - 4$  ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

$2\sqrt{3} - 4$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾಗರಲ

$$2\sqrt{3} - 4 = \frac{p}{q}$$

$$2\sqrt{3} = \frac{p}{q} + 4 \quad \sqrt{3} = \frac{p+4q}{2q}$$

$\sqrt{3}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಏಕೆಂದರೆ  $\frac{p+4q}{2q}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆದರೆ  $\sqrt{3}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ, ಇದು ವೈರುಧ್ಯಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ಊಹೆ ( $2\sqrt{3} - 4$ ) ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದು ತಪ್ಪು

$\therefore 2\sqrt{3} - 4$  ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಉದಾ 3)  $2\sqrt{3}$  ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

$2\sqrt{3}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾಗರಲ

$$2\sqrt{3} = \frac{p}{q} \quad \sqrt{3} = \frac{p}{2q}$$

$\sqrt{3}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಏಕೆಂದರೆ  $\frac{p}{2q}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಆದರೆ  $\sqrt{3}$  ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ, ಇದು ವೈರುಧ್ಯಕ್ಕೆ ಎಡೆಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ನಮ್ಮ ಊಹೆ ( $2\sqrt{3}$ ) ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದು ತಪ್ಪು  $\therefore 2\sqrt{3}$  ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಉದಾಹರಣೆ 4) 196 ಮತ್ತು 38220 ಯುಕ್ಲಿಡ್ ನ ಬಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪಲಹಾರ:- } a=bq+r \quad 38220=196X195+0$$

$$a=bq+r \quad 196=195X1+1 \quad \therefore 196 \text{ ಮತ್ತು } 38220 \text{ ರ ಮ.ಸಾ.ಅ } 196.$$

ಉದಾಹರಣೆ 5) 510 ಮತ್ತು 92 ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ & ಲ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪಲಹಾರ:- } 510=2X3X5X17$$

$$92=2X2X23$$

$$510 \text{ ಮತ್ತು } 92 \text{ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ} = 2$$

$$510 \text{ ಮತ್ತು } 92 \text{ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ} = 2X2X3X5X17X23$$

$$\therefore 510 \text{ ಮತ್ತು } 92 \text{ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ} = 23460$$

## 8) ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು

ಅಂಕ:3

ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	7	4	4	2	1

ಉದಾಹರಣೆ 2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6

ಉದಾಹರಣೆ 3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
ಆವೃತ್ತಿ	12	14	8	6	10

ಉದಾಹರಣೆ 4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	30-34	35-39	40-44	45-49
ಆವೃತ್ತಿ	4	5	2	9

ಉದಾಹರಣೆ 5) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	17	12	4

ಉದಾಹರಣೆ 6) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
ಆವೃತ್ತಿ	4	5	12	5	4

ಉದಾಹರಣೆ 7) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
ಆವೃತ್ತಿ	4	5	1	2	2

ಉದಾಹರಣೆ 8) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
ಆವೃತ್ತಿ	1	2	1	5	6	2	3

ಉದಾಹರಣೆ 9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
ಆವೃತ್ತಿ	7	6	9	13	20	5	4

ಉದಾಹರಣೆ 10) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
ಆವೃತ್ತಿ	3	8	9	10	3	0	0	2

(ಮೇಲಿನ ಕೋಷ್ಟಕಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ)

ಪರಿಹಾರ:-ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	7	4	4	2	1

ವರ್ಗಾಂತರ	( $f_i$ )	( $x_i$ )	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
15-25	6	20	-3	-18
25-35	11	30	-2	-22
35-45	7	40	-1	-07
45-55	4	50	0	00
55-65	4	60	1	04
65-75	2	70	2	04
75-85	1	80	3	03
	$\sum f_i = 35$			$\sum f_i u_i = -36$

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ (a)=50

ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ (h)=10

$$\therefore \text{ಸರಾಸರಿ} = a + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) h = 50 + \left( \frac{-36}{35} \right) 10 = 50 - 10.29 = 39.71$$

ಪರಿಹಾರ :- ಉದಾಹರಣೆ 2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6
ವರ್ಗಾಂತರ	( $f_i$ )	( $x_i$ )	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$		
10-25	2	17.5	-3	-06		
25-40	3	32.5	-2	-06		
40-55	7	47.5	-1	-07		
55-70	6	62.5	0	00		
70-85	6	77.5	1	06		
85-100	6	92.5	2	12		
	$\sum f_i = 30$			$\sum f_i u_i = -1$		

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ (a)=62.5

ವರ್ಗಾಂತರ ಗಾತ್ರ (h)=15

$$\therefore \text{ಸರಾಸರಿ} = a + \left( \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \right) h = 62.5 + \left( \frac{-1}{30} \right) 15 = 62.5 - 0.5 = 62$$

ಪರಿಹಾರ:- ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಂತರ(ಮಧ್ಯಮ ಬಿಲಿ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	7	4	4	2	1



ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಜಿತ ಆವೃತ್ತಿ
15-25	6	6
25-35	11	17=Cf
L-35-45	7=f	24
45-55	4	28
55-65	4	32
65-75	2	34
75-85	1	35
	N=35	

$\therefore n = 35. \therefore \frac{n}{2} = 17.5$ . ಇದು 35-45 ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿದೆ.  $l=35, cf=17, f=7, h=10$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ: } -l + \left[ \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] X h \Rightarrow \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 35 + \left[ \frac{17.5 - 17}{7} \right] X 10 \Rightarrow = 35 + \frac{5}{7} = 35 + 0.71.$$

$\therefore$  ಮಧ್ಯಾಂಕ: = 35.71

ಉದಾಹರಣೆ 2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ (ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಜಿತ ಆವೃತ್ತಿ
10-25	2	2
25-40	3	5
40-55	7	12= Cf
L = 55-70	6=f	18
70-85	6	24
85-100	6	30
	N=30	

$\therefore n = 30. \therefore \frac{n}{2} = 15$ . ಇದು 55-70 ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿದೆ.  $l=55, cf=12, f=6, h=15$

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ: } -l + \left[ \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right] X h \Rightarrow \text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = 55 + \left[ \frac{15 - 12}{6} \right] X 15 \Rightarrow = 55 + \frac{45}{6} = 55 + 7.5 = 62.5.$$

$\therefore$  ಮಧ್ಯಾಂಕ = 62.5

ಉದಾಹರಣೆ 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ರೂಡಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
ಆವೃತ್ತಿ	6	11	17	12	4

ಉದಾಹರಣೆ 2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ರೂಡಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
ಆವೃತ್ತಿ	4	5	12	5	4

## 9) ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವುದು.

ಅಂಕ:2

1)  $x^2 - 4x + 2 = 0$  ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$$\text{ಸೂತ್ರ } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad a=1 \quad b=-4 \quad c=2$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(2 \pm \sqrt{2})}{2}$$

$$x = (2 \pm \sqrt{2})$$

2)  $m^2 = 2 + 2m$  ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$$\text{ಆದರ್ಶ ರೂಪ } m^2 - 2m - 2 = 0$$

$$\text{ಸೂತ್ರ } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad a=1 \quad b=-2 \quad c=-2$$

$$m = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$m = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{2} = (1 \pm \sqrt{3})$$

3)  $m^2 - m - 4 = 0$  ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad a=1 \quad b=-1 \quad c=-4$$

$$m = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$m = \frac{1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

4)  $x^2 + 8x + 6 = 0$  ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad a=1 \quad b=8 \quad c=6$$

$$x = \frac{-(8) \pm \sqrt{(8)^2 - 4 \times 1 \times (6)}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64-24}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{40}}{2}$$

$$x = \frac{-8 \pm 2\sqrt{10}}{2} = \frac{2(-4 \pm \sqrt{10})}{2}$$

$$= (-4 \pm \sqrt{10})$$

5)  $8r^2 = r + 2$  ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$$8r^2 - r - 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad a=8 \quad b=-1 \quad c=-2$$

$$r = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 8 \times (-2)}}{2 \times 8}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1+64}}{16} = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{16}$$

6)  $x^2 - 2x + 3 = 0$  ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿ.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad a=1 \quad b=-2 \quad c=3$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{-2}}{2}$$

$$= \frac{2(1 \pm \sqrt{-2})}{2} = (1 \pm \sqrt{-2})$$

ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿ.

- 1)  $2x^2 + x + 4 = 0$  2)  $x^2 + 8x + 6 = 0$  3)  $x^2 - x - 3 = 0$  4)  $x^2 + 2x + 2 = 0$  5)  $2x^2 + x - 4 = 0$  6)  $x^2 - 3x + 5 = 0$  7)  $x^2 - 2x + 3 = 0$  8)  $y^2 + 2y = 1$
- 9)  $x^2 - 7x + 12 = 0$  10)  $y^2 - 3y = 5$

10) ಎರಡು ಜಂದುಗಲ ನಡುವಿನ ದೂರ ಮತ್ತು ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ ಅಂಕ; 2 ಅಥವಾ 3

ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

- 1) (-2,1), (4,6), (6,-3) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಶೃಂಗರಗಳಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಲಿನ ಸುತ್ತುವರೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

A(-2,1), B(4,6), C(6,-3)

$$\text{ಎರಡು ಜಂದುಗಲ ನಡುವಿನ ದೂರ } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (1 - 6)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-6)^2 + (-5)^2}$$

$$AB = \sqrt{36 + 25}$$

$$AB = \sqrt{61}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$BC = \sqrt{(6 - 4)^2 + (-3 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (-9)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 81}$$

$$= \sqrt{85}$$

$$CA = \sqrt{(6 - (-2))^2 + (-3 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(8)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 16}$$

$$= \sqrt{80}$$

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ಸುತ್ತಲಿನ ಸುತ್ತುವರೆಯು} = AB + BC + CA$$

$$= \sqrt{61} + \sqrt{85} + \sqrt{80}$$

- 2) (1,-3), (-3,0), (4,1) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು ಶೃಂಗರಗಳಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಲಂಬ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

A(1,-3), B(-3,0), C(4,1)

$$\text{ಎರಡು ಜಂದುಗಲ ನಡುವಿನ ದೂರ } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (0 - (-3))^2}$$

$$AB = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2}$$

$$AB = \sqrt{16 + 9}$$

$$AB = \sqrt{25}$$

$$AB = 5$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$BC = \sqrt{(4 - (-3))^2 + (1 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{(7)^2 + (1)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 1}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$CA = \sqrt{(1 - 4)^2 + (-3 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$

$$AB^2 + CA^2 = BC^2$$

$$25 + 25 = 50 \quad AB = AC$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಲಂಬ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ

3) ಒಂದು ವೃತ್ತವು  $(-7,1)$  ಜಿಂಡುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುತ್ತಿದ್ದು ಅದರ ಕೇಂದ್ರವು  $(-5,4)$  ಆಗಿದ್ದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$(-7,1)$  ಮತ್ತು  $(-5,4)$  ಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ = ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ

$$= \sqrt{(-5 - (-7))^2 + (4 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(-5 + 7)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 9}$$

$$= \sqrt{13}$$

4)  $(2,5)$  ಮತ್ತು  $(x, -7)$  ಜಿಂಡುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವು 13 ಆಗಿದ್ದರೆ  $x$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಎರಡು ಜಿಂಡುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$13 = \sqrt{(x - 2)^2 + (-7 - 5)^2}$$

$$13 = \sqrt{(x - 2)^2 + (-12)^2}$$

$$13 = \sqrt{(x - 2)^2 + 144}$$

ವರ್ಗಮಾಡಿದಾಗ

$$13^2 = (x - 2)^2 + 144$$

$$169 - 144 = (x - 2)^2$$

$$(x - 2)^2 = 25$$

$$x - 2 = \pm 5$$

$$x - 2 = 5$$

$$x - 2 = -5$$

$$x = 5 + 2$$

$$x = -5 + 2$$

$$x = 7$$

$$x = -3$$

5)  $(-3,10)$  ಮತ್ತು  $(6,-8)$  ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು  $(x,y)$

$$= \left( \frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{6 + (-3)}{2}, \frac{-8 + 10}{2} \right)$$



$$= \left( \frac{3}{2}, \frac{2}{2} \right) = \left( \frac{3}{2}, 1 \right)$$

6) ಜಂದುಗಳು (4,-5) ಮತ್ತು (6,3) ಇರುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯ ಜಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ  
ಪರಿಹಾರ:-  $x_1 = 4, x_2 = 6, y_1 = -5, y_2 = 3$

$$P = \left[ \frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right]$$

$$= \left[ \frac{4+6}{2}, \frac{-5+3}{2} \right] \Rightarrow = \frac{10}{2}, \frac{-2}{2} \quad \therefore p = (5,-1)$$

7) ಜಂದುಗಳು (4,-5) ಮತ್ತು (6,3) & ಅನುಪಾತಗಳು (2:5) ಇರುವ P ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

$$x_1 = 4, x_2 = 6, y_1 = -5, y_2 = 3$$

$$P = \left[ \frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n} \right]$$

$$P = \left[ \frac{2x_2+5x_1}{2+5}, \frac{2y_2+5y_1}{2+5} \right]$$

$$P = \left[ \frac{12+20}{7}, \frac{6-25}{7} \right]$$

$$P = \left[ \frac{32}{7}, \frac{-19}{7} \right]$$

8) (5,-2),(6,4) ಮತ್ತು (7,-2) ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹುತ್ರಿಭುಜವೇ ?

$$\text{ಪರಿಹಾರ:- } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6 - 5)^2 + \{4 - (-2)\}^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (6)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 36}$$

$$AB = \sqrt{37}$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{\{7 - 6\}^2 + \{(-2) - 4\}^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (-6)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 36}$$

$$BC = \sqrt{37}$$

$$CA = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{\{5 - 7\}^2 + \{(-2) - (-2)\}^2}$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + (0)^2}$$

$$CA = \sqrt{4} = 2$$

$\therefore AB = BC = \sqrt{37}$  ಇದು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹುತ್ರಿಭುಜ.

9) (1,5),(2,3) ಮತ್ತು (-2,-11) ಜಂದುಗಲು ಸರಲರೇಖಾಗತವಾಲವೆ?

$$\text{ಪಲಹಾರ:- } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 5)^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{\{(-2) - (2)\}^2 + \{(-11) - (3)\}^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-14)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 196} \quad BC = \sqrt{212}$$

$$CA = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{\{(-2) - 1\}^2 + \{(-11) - 5\}^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-16)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 256} \quad CA = \sqrt{265}$$

- 10) (4,-5) ಮತ್ತು (6,3) ಗಲನ್ನು ಸೇಲಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಜಂದುವು 2:5 ರಲ್ಲ ಖಭಾಲಸಲದಾಗ, ಅದರ ನಲದೇಲಾಂಕಗಲನ್ನು ಕಂಡುಹಲೂಲ
- 11) (5,4) ಜಂದುವು (2,1) ಮತ್ತು (7,8) ಜಂದುಗಲನ್ನು ಸೇಲಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಯಾವ ಅನುಖಾತದಲ್ಲ ಖಭಾಲಸುತ್ತದೆ ಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಲೂಲ
- 12) (-1,k) ಮತ್ತು (-3,10) ಮತ್ತು (6,-8) ಜಂದುಗಲನ್ನು ಸೇಲಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಯಾವ ಅನುಖಾತದಲ್ಲ ಖಭಾಲಸುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು k ಖಲೆ ಕಂಡುಹಲೂಲ
- 13) (2,3) ಮತ್ತು (4, 7) ಜಂದುಗಲನ್ನು ಸೇಲಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಜಂದುಖನ ನಲದೇಲಾಂಕ ಕಂಡುಹಲೂಲ
- 14) (3,1) ಮತ್ತು (6, 6) ಜಂದುಗಲ ನಡುಖನ ದೂರ ಕಂಡುಹಲೂಲ
- 15) (2,3) ಮತ್ತು (0, x) ಜಂದುಗಲ ನಡುಖನ ದೂರವು 5 ಅಲದ್ದರೆ x ಖಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಲೂಲ.
- 16) AB ಖ್ಯಾಸವಾಲರುವ ವ್ಯತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ (2,-3) ಮತ್ತು B ಯು (1,4) ಅದರೆ ಂ ಜಂದುಖನ ನಲದೇಲಾಂಕಗಲನ್ನು ಕಂಡುಹಲೂಲ.
- 17) (-1,7) ಮತ್ತು (4,-3) ಜಂದುಗಲನ್ನು ಸೇಲಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2:3 ರ ಅನುಖಾತದಲ್ಲ ಖಭಾಲಸುವ ಜಂದುಖನ ನಲದೇಲಾಂಕಗಲನ್ನು ಕಂಡುಹಲೂಲ.

## 11) ತ್ರಿಭುಜದ ಖಸ್ತೀರ್ಣ (ನಲದೇಲಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಲತ) ಅಂಕ:2

- 1) ಶೃಂಗಜಂದುಗಲು (1,-1),(-4,6) ಮತ್ತು (-3,-5) ಅಲರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಖಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಲೂಲ.

$$\text{ಪಲಹಾರ:- } \Delta ABC = \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \{1(6 - (-5)) + (-4)\{(-5) - (-1)\} + (-3)\{(-1) - 6\}\}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \{11\} + (-4)\{(-4) + (-3)\{-7\}\}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \{11 + 16 + 21\}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 48$$

$$\Delta ABC = 24$$

∴ ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 36 ಚದರಮಾನಗಳು.

2) ಶೃಂಗಜಂದುಗಳು (-5,-1),(3,-5) ಮತ್ತು (5,2) ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ:- } \Delta ABC = \frac{1}{2} \{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \{(-5)\{(-5) - 2\} + 3\{2 - (-1)\} + 5\{(-1) - (-5)\}\}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \{(-5)(-7) + 3(3) + 5(4)\}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \{35 + 9 + 20\}$$

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 64$$

$$\Delta ABC = 32$$

∴ ΔABC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 32 ಚದರಮಾನಗಳು.

3) (2,3)(-1,0) & (2,-4) ಜಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:-  $x_1=2, x_2=-1, x_3=2, y_1=3, y_2=0, \& y_3=-4$

$$\begin{aligned} \text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} X [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} X [2\{0 - (-4)\} + (-1)\{(-4) - 3\} + 2\{3 - 0\}] \\ &= \frac{1}{2} X [2 \times 4 + (-1) \times (-7) + 2 \times 3] \\ &= \frac{1}{2} X [8 + 7 + 6] \\ &= \frac{1}{2} X 21 \end{aligned}$$

∴ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 10.5 ಚದರಮಾನಗಳು.

4) (7,-2) (5,1) & (3,k) ಜಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} \text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{1}{2} X [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} X [7(1 - k) + 5(k - (-2)) + 3(-2 - 1)] = 0 \\ &= \frac{1}{2} X [7 - 7k + 5k + 10 - 6 - 3] = 0 \\ &= -2k + 8 = 0 \\ 2k &= 8 \quad k = \frac{8}{2} \\ k &= 4 \end{aligned}$$

5) (8,1) (k,-4) & (2,-5) ಜಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} \text{ತ್ರಿಭುಜದ ಏಕೀಕರಣ} &= \frac{1}{2} X [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} X [8(-4 - (-5)) + k(-5 - 1) + 2(1 - (-4))] = 0 \\ 8(-4 + 5) + k(-6) + 2(1 + 4) &= 0 \\ 8 - 6k + 8 &= 0 \\ 6k &= 16 \\ 6k &= 16 \quad k = \frac{16}{6} \\ k &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

6) (1,5) (2,3) ಮತ್ತು (-2,-1) ಎಂಬ ಜಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವೇ ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ.

## 12) ಸಂಭವನೀಯತೆ

ಅಂಕ:2

ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

ಉದಾ 1) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದೆ. ಕೆಲಲನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) ಒಂದು ಫನ ಸಂಖ್ಯೆ 2) ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ

3) ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ 4) 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ 5) 3 ರ ಅಪವರ್ತನ 6) ಸಂಖ್ಯೆ 4

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $n(S) = 6$

1) ಒಂದು ಫನ ಸಂಖ್ಯೆ  $A = \{1\}$   $n(A) = 1$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

2) ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ  $A = \{2, 4, 6\}$   $n(A) = 3$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6}$$

3) ಒಂದು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ  $A = \{1, 4\}$   $n(A) = 2$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6}$$

4) 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$   $n(A) = 5$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{6}$$

5) 3 ರ ಅಪವರ್ತನ  $A = \{3, 6\}$   $n(A) = 2$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6}$$

6) ಸಂಖ್ಯೆ 4  $A = \{4\}$   $n(A) = 1$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

ಉದಾ 2) ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಕೆಲಲನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) ಪುಷ್ಪ ಬರದಂತೆ 2) ನಿರರ್ಥವಾಗಿ ಒಂದು ಶಿರ

3) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಪುಷ್ಪ 4) ಹೆಚ್ಚಿನ ಎರಡು ಪುಷ್ಪಗಳು

$$S = \{(ht), (hh), (th), (tt)\}$$

$$\text{ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ } n(S) = 4$$

1) ಪುಷ್ಪ ಬರದಂತೆ  $A = \{(hh)\}$   $n(A) = 1$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

2) ನಿರರ್ಥವಾಗಿ ಒಂದು ಶಿರ  $A = \{(ht), (th)\}$   $n(A) = 2$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4}$$



3) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಪುಸ್ತಕ  $A = \{(ht), (th), (tt)\}$   $n(A) = 3$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

4) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಪುಸ್ತಕಗಳು  $A = \{(ht), (hh), (th)\}$   $n(A) = 3$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

ಉದಾ 3) ಮೂರು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಜಿಮ್ಮಲಾಗದೆ ಕೆಲಸನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

- 1) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಶಿರ 2) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಶಿರಗಳು  
3) ಶಿರವು ಬರದಂತೆ 4) ಎಲ್ಲವೂ ಶಿರಗಳು ಬರುವಂತೆ

$S = \{(htt), (hht), (tht), (htt), (tth), (hth), (hhh), (ttt)\}$

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  $n(S) = 8$

1) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಶಿರ

$A = \{(htt), (hht), (tht), (htt), (tth), (hth), (hhh)\}$   $n(A) = 7$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

2) ಹೆಚ್ಚೆಂದರೆ ಎರಡು ಶಿರಗಳು

$A = \{(htt), (hht), (tht), (htt), (tth), (hth), (ttt)\}$   $n(A) = 7$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

3) ಶಿರವು ಬರದಂತೆ  $A = \{(ttt)\}$   $n(A) = 1$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

4) ಎಲ್ಲವೂ ಶಿರಗಳು ಬರುವಂತೆ  $A = \{(hhh)\}$   $n(A) = 1$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

ಉದಾ 4) ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಜೊತೆಯಾಗಿ ಉರುಳಿಸಿದೆ. ಕೆಲಸನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) ಒಟ್ಟಾಗಿ ಎರಡು ದಾಳದ ಎನೆಯುವಿಕೆ

$\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)\}$

$\{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)\}$

$\{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$

$\{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)\}$

$\{(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}$

$\{(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

ಒಟ್ಟು ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ=36

1) ಮೊತ್ತ 10 ಆಗುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$A = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\}$

$n(A) = 3$   $n(S) = 36$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

2) ಗುಣಲಬ್ಧ 12 ಆಗುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$A = \{(2, 6), (6, 2), (3, 4), (4, 3)\}$

$n(A) = 4$   $n(S) = 36$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36}$$

3) 4 ಲಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಮೊತ್ತದ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$A = \{(2, 2), (4, 4), (2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (6, 6)\}$

$n(A) = 7$   $n(S) = 36$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{36}$$

4) 5 ಲಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$$A = \{(1, 5), (5, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5)\}$$

$$n(A) = 11 \quad n(S) = 36$$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{11}{36}$$

ಉದಾ 5) 30 ಉತ್ತಮ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳ ಜೊತೆ 9 ಕೊಳೆತರುವ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳು ಬೆರೆತು ಹೋಗಿವೆ. ಯಾದೃಷ್ಟಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣನ್ನು ಆಲಸಲಾದಿ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ 1) ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು 2) ಒಂದು ಕೊಳೆತ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು

$$\text{ಫಲಿತಾಂಶ ಗಣ } n(S) = 30 + 9 = 39$$

ಒಂದು ಉತ್ತಮ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$$n(A) = 30 \quad n(S) = 39$$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{39}$$

ಒಂದು ಕೊಳೆತ ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ

$$n(A) = 9 \quad n(S) = 39$$

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{39}$$

6) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ 30 ಬಾಲಕರು ಮತ್ತು 25 ಬಾಲಕಿಯರು ಇದ್ದಾರೆ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಯಾದೃಷ್ಟಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.

1) ಒಬ್ಬ ಬಾಲಕ 2) ಒಬ್ಬ ಬಾಲಕಿಯನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

7) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 144 ಲೇಖನಗಳಿದ್ದು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 20 ಲೇಖನಗಳು ದೋಷಪೂರಿತ ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಲೇಖನಗಳು ಉತ್ತಮವಾಗಿವೆ.

ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಉತ್ತಮವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಲೇಖನಿಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿದ್ದರೆ ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ.

ಯಾದೃಷ್ಟಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಲೇಖನಿಯನ್ನು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳುವ ಮತ್ತು ಕೊಂಡುಕೊಳ್ಳದಿರುವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

8) ಒಂದು ಜೀಲದಲ್ಲಿ 3 ಕೆಂಪು ಜಿಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 5 ಕಪ್ಪು ಜಿಂಡುಗಳಿವೆ. ಜೀಲದಿಂದ ಯಾದೃಷ್ಟಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಜಿಂಡು ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ.

ತೆಗೆದ ಜಿಂಡು (1) ಕೆಂಪು (2) ಕೆಂಪು ಅಲ್ಲದ ಜಿಂಡು ಆಗಿರುವ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

9) ಒಂದು ಆಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು 3 ಸಲ ಜಿಮ್ಮಿಸಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸಲದ ಫಲಿತವನ್ನು

ದಾಖಲಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಶಶಾಂಕನು, ಪ್ರತಿ ಸಲವೂ ಒಂದೇ ಫಲಿತಾಂಶ ಅಂದರೆ, 3 ಶಿರಗಳು ಅಥವಾ 3 ಪುಷ್ಪಗಳು ಬಂದರೆ, ಆಟದಲ್ಲಿ

ಗೆಲ್ಲುತ್ತಾನೆ. ಇಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಸೋಲುತ್ತಾನೆ. ಶಶಾಂಕನು ಆಟದಲ್ಲಿ ಸೋಲುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

10) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು 2 ಸಲ ಉರುಳಿಸಿದೆ. ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.

(1) ಎರಡೂ ಸಲ 5 ಮೇಲೆ ಬಂದಿರುವುದು (2) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಸಲ 5 ಮೇಲೆ ಬರುವುದು

### 13) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಅಂಕ:2

ಆದೇಶವಿಧಾನ ಅಥವಾ ವರ್ಜನುವ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಓರೆಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಜಿಡಿಸುವುದು.

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶವಿಧಾನ ಅಥವಾ ವರ್ಜನುವ ವಿಧಾನ ಅಥವಾ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ವಿಧಾನದಿಂದ ಜಿಡಿಸಿ

- |                           |                           |                        |
|---------------------------|---------------------------|------------------------|
| 1) $x+y=14$ & $x-y=4$     | 2) $3x-y=3$ & $9x-3y=9$   | 3) $x+y=5$ & $2x-3y=4$ |
| 4) $3x+4y=10$ & $2x-2y=2$ | 5) $3x-5y=-4$ & $9x-2y=7$ | 6) $x+y=7$ & $x-y=3$   |
| 7) $x+y=7$ & $x-y=1$      | 8) $2x+5y=4$ & $x-5y=8$   | 9) $x+y=10$ & $x-y=2$  |
| 10) $2x+y=5$ & $3x+2y=8$  | 11) $x-3y=7$ & $3x-3y=15$ | 12) $x-y=2$ & $2x-y=8$ |

ಪರಿಹಾರ: 1)  $x+y=14$  &  $x-y=4$

$$x+y=14 \dots (1)$$

$$x-y=4 \dots (2)$$

$$\underline{2x+0=18} \quad \text{ಸಮೀಕರಣ (1) + (2)}$$

$$\Rightarrow 2x = 18 \quad \Rightarrow \therefore x = 9$$

$x = 9$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$x+y=14 \Rightarrow 9+y=14 \Rightarrow y=14-9=5 \Rightarrow \therefore y = 5.$$

ಪರಿಹಾರ: 8)  $2x+5y=4$  &  $x-5y=8$

$$2x+5y=4 \dots(1)$$

$$x-5y=8 \dots(2)$$

$$\underline{3x+0=12} \quad \text{ಸಮೀಕರಣ (1) + (2)}$$

$$\Rightarrow 3x=12 \Rightarrow \therefore x = 4$$

$x = 4$  ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$x-5y=8 \Rightarrow 4-5y=8 \Rightarrow 5y=4-8=-4 \Rightarrow \therefore y = -\frac{4}{5}.$$

ಉದಾ: 1) ಇಬ್ಬರು ಮಹಿಳೆಯರು 5 ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಕನಾಡಿ ಕಾರ್ಯವನ್ನು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು ಮೂರು ಮಹಿಳೆಯರು ಮತ್ತು 6 ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು 3 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಲ್ಲರು. ಒಬ್ಬ ಮಹಿಳೆ ಮಾತ್ರ ಈ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾ: 2) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 5 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ, ಅಗಲವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 9 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಉದ್ದವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 67 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾ: 3) ಸಾಸ್ತಿ ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 20 ಕಿಮೀ ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 4 ಕಿಮೀ ಸಂಚರಿಸುವಳು. ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಅವಳು ಸಂಚರಿಸುವ ಜವ ಮತ್ತು ಹಲಯುವ ನೀರಿನ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾ: 4) ಎರಡಂಶಿಯ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ 9. ಇದರಲ್ಲಿನ ಅಂಕಗಳ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಅದು ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂಬತ್ತರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾ: 5) 2000 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಹಿಂಪಡೆಯಲು ಶ್ರಾವಣಿ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹೋದಳು. ಅವಳು ನಗದು ಗುಮಾಸ್ತರಲ್ಲಿ 500 ರೂ ಮತ್ತು 100 ರೂ ರ ನೋಟುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೀಡುವಂತೆ ಹೇಳಿದಳು. ಶ್ರಾವಣಿಗೆ ಒಟ್ಟು 25 ನೋಟುಗಳು ದೊರೆತವು. 500 ರೂ ಮತ್ತು 100 ರೂ ರ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ನೋಟುಗಳನ್ನು ಅವಳು ಪಡೆದಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

## 14) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು.

ಅಂಕ:2

ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1)  $6x^2 - 3 - 7x$

2)  $x^2 - 7x + 12$

3)  $2x^2 - 8x + 6$

4)  $x^2 - 7x + 12$

5)  $5x^2 + 13x + 8$

6)  $6x^2 - 13x + 6$

7)  $x^2 + 7x + 10$

8)  $2x^2 - 3x - 5$

2) ಪರಿಹಾರ:-  $x^2 - 7x + 12 = x^2 - 4x - 3x + 12$

$$= x(x-4) - 3(x-4)$$

$$= x-4 = 0 \text{ or } x-3=0$$

$$\Rightarrow x=3 \text{ or } x=4$$

$\therefore x^2 - 7x + 12$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು 3 & 4.

5) ಪರಿಹಾರ:-  $5x^2 + 13x + 8$

$$= 5x^2 + 8x + 5x + 8$$

$$= x(5x+8) + 1(5x+8)$$

$$= 5x+8=0 \text{ or } x+1=0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{8}{5} \text{ or } x = -1$$

$\therefore 5x^2 + 13x + 8$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು  $-\frac{8}{5}$  &  $-1$

2) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೊಟ್ಟಾಗ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ  $-\frac{9}{2}$  ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ  $-\frac{3}{2}$  ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:  $\alpha, \beta$  ಗಳು ಶೂನ್ಯತೆಗಳಿರಲಿ

$$\alpha + \beta = \frac{-9}{2} \quad \alpha\beta = \frac{-3}{2}$$

$$\text{ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿ} = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$= x^2 + \left(\frac{-9}{2}\right)x + \left(\frac{-3}{2}\right)$$

$$= 2x^2 - 9x - 3$$

- 2) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ  $\frac{1}{4}$  ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ -1 ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 3) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ  $\frac{-1}{4}$  ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ  $\frac{1}{4}$  ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 4) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ  $\sqrt{3}$  ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ  $\frac{1}{3}$  ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 5) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 4 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 1 ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

### 15) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಭಾಗಾಕಾರ: ಅಂಕ:2

- 1)  $(x^3 + 5x^2 + 5x + 8)$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು  $(x^2 + 3x - 2)$  ಲಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x - 2 \mid x^3 + 5x^2 + 5x + 8 \mid x+2 \\ \underline{x^3 + 3x^2 - 2x} \phantom{+ 8} \\ (-) (-) (+) \\ \hline \phantom{x^2 +} 2x^2 + 7x + 8 \\ \phantom{x^2 +} \underline{2x^2 + 6x - 4} \\ (-) (-) (+) \\ \hline \phantom{x^2 +} \phantom{2x^2 +} x + 12 \end{array}$$

ಭಾಗಲಬ್ಧ =  $x+2$

ಶೇಷ =  $(x + 12)$

- 2)  $(x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1)$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು  $(x^2 + 2x - 3)$  ಲಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 3 \mid x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1 \mid x^2 + 1 \\ \underline{x^4 + 2x^3 - 3x^2} \\ (-) (-) (+) \\ \hline \phantom{x^4 +} x^2 + x - 1 \\ \phantom{x^4 +} \underline{x^2 + 2x - 3} \\ (-) (-) (+) \\ \hline \phantom{x^4 +} \phantom{x^2 +} -x + 2 \end{array}$$

ಭಾಗಲಬ್ಧ =  $x^2 + 1$

ಶೇಷ =  $-x + 2$

- 3)  $(6x^4 + 13x^3 + 13x^2 + 30x + 20)$  ಲಿಂದ ಎಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $(3x^2 + 2x + 5)$  ಲಿಂದ ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x - 1 \\ \hline 3x^2 + 2x + 5 \mid 6x^4 + 13x^3 + 13x^2 + 30x + 20 \\ \underline{6x^4 + 4x^3 + 10x^2} \\ (-) (-) (-) \\ \phantom{3x^2 +} 9x^3 + 3x^2 + 30x + 20 \\ \underline{9x^3 + 6x^2 + 15x} \\ (-) (-) (-) \\ \phantom{3x^2 +} \phantom{9x^3 +} -3x^2 + 15x + 20 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} -3x^2 - 2x - 5 \\ (+) \quad (+) \quad (+) \\ \hline 17x + 15 \end{array}$$

ಕಲೆಯಬೇಕಾದ ಪದ=  $17x + 15$

- 4)  $(x^2 + 3x^3 + 2x + 5)$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು  $(2x + 1 + x^2)$  ಲಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.
- 5)  $(7x^3 + 4x^2 - x - 10)$  ಏನನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $(2x^2 + 3x - 2)$  ಲಿಂದ ನಿಶ್ಚಲವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?
- 6)  $(x^3 - 3x^2 + ax - 10)$  ರ ಅಪವರ್ತನವು  $(x - 5)$  ಆದರೆ a ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.  
 $p(x) = (x^3 - 3x^2 + ax - 10)$   
 $(x - 5), p(x)$  ನ ಅಪವರ್ತನವಾದಾಗ  $p(5) = 0$   
 $p(5) = (5^3 - 3 \times 5^2 + a \times 5 - 10)$   
 $= 125 - 75 + 5a - 10$   
 $0 = 40 + 5a$   
 $5a = -40$   
 $a = \frac{-40}{5} \quad a = -8$
- 7)  $(4x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 8x + 5a)$  ರ ಅಪವರ್ತನವು  $(x + 2)$  ಆದರೆ a ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.
- 8)  $(x^3 - 6x^2 + 6x + a)$  ರ ಅಪವರ್ತನವು  $(x - 3)$  ಆದರೆ a ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.
- 9)  $(3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5)$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳು  $\sqrt{\frac{5}{3}}$  ಮತ್ತು  $-\sqrt{\frac{5}{3}}$  ಆದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.
- 10)  $(2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2)$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳು  $\sqrt{2}$  ಮತ್ತು  $-\sqrt{2}$  ಆದರೆ ಅದರ ಎಲ್ಲಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.
- 11)  $(3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2)$  ರ ಅಪವರ್ತನವು  $(x^2 + 3x + 1)$  ಆಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
- 12)  $(x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1)$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $(x^2 + 2x - 3)$  ಲಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.

## 16) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಅಂಕ:2 ಅಥವಾ 3

ಉದಾಹರಣೆ 1) 10,7,4,.... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯು 30 ನೇ ಪದ ಎಷ್ಟು ?

ಉದಾಹರಣೆ 2) 2,7,12,.... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯು 10ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 3) 21,18,15,.... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯು ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು -81 ಆಗಿದೆ?

ಉದಾಹರಣೆ 4) ಮೊದಲನೇ ಪದ 23, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ -2 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯು 10ನೇ ಪದ ಎಷ್ಟು?

ಉದಾಹರಣೆ 5) 7,13,139,..... 205 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯು ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 6) 3,8,13,18,.... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯು ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 78 ಆಗಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ:-

ಉದಾಹರಣೆ 1) 10,7,4,.... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯು 30 ನೇ ಪದ ಎಷ್ಟು ?

ಮೊದಲನೇ ಪದ (a)=10, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ (d)=7-10=-3  $a_{30} = ?$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{30} = 10 + (30-1) \cdot (-3)$$

$$= 10 + 29 \cdot (-3)$$

$$= 10 - 87$$

$$\therefore a_{30} = -77$$

ಪರಿಹಾರ:-

ಉದಾಹರಣೆ 3) 21,18,15,.... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯು ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು -81 ಆಗಿದೆ?

ಮೊದಲನೇ ಪದ (a)=21, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ (d)=18-21=-3  $a_n=-81, n = ?$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$-81 = 21 + (n-1)(-3)$$

$$-81 = 21 - 3n + 3 \Rightarrow 3n = 24 + 81 \therefore 3n = 105 \quad n = \frac{105}{3}$$

$$\therefore n = 35.$$

- 7) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 14 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 1050. ಅದರ ಮೊದಲನೇ ಪದ 10. ಅದರ ಶ್ರೇಣಿಯ 20 ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 8) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಅತ್ಯಂತ ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ  $50^\circ$  ಇದ್ದರೆ, ಉಳಿದಿರತಕ್ಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಮೂರು ಕೋನಗಳು

$$50^\circ, 50^\circ + d, 50^\circ + 2d$$

$$50^\circ + 50^\circ + d + 50^\circ + 2d = 180^\circ$$

$$150^\circ + 3d = 180^\circ$$

$$3d = 180^\circ - 150^\circ$$

$$3d = 30^\circ \quad d = \frac{30}{3} \quad d = 10^\circ$$

ಅದ್ದರಿಂದ ಉಳಿದಿರತಕ್ಕ ಕೋನಗಳು  $50^\circ + d, 50^\circ + 2d$

$$50^\circ + 10^\circ, 50^\circ + 2 \times 10^\circ$$

$$\therefore 60^\circ, 70^\circ$$

- 9) 12, 10, 8, ..... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಯಾವ ಪದವು -48 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

$$a = 12, d = -2, T_n = -48$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$-48 = 12 + (n-1)(-2)$$

$$-48 = 12 - 2n + 2$$

$$-48 = 14 - 2n$$

$$2n = 14 + 48$$

$$2n = 62$$

$$n = \frac{62}{2} \quad n = 31$$

- 10) 3+7+11+..... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 25 ಪದಗಳವರಲಿನ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$a = 3, d = 4, n = 25$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$S_{25} = \frac{25}{2}(2 \times 3 + (25-1)4)$$

$$S_{25} = \frac{25}{2}(6 + 24 \times 4)$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} \times 102$$

$$S_{25} = 25 \times 51$$

$$S_{25} = 1275$$

- 11) 4+7+10+..... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 20 ಪದಗಳವರಲಿನ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

- 12) -3, 1, 5 ..... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 17 ಪದಗಳವರಲಿನ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

- 13) ಮೊತ್ತ 51 ಆಗಲು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ 1, 4, 7, ..... ಯ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

- 14) 200 ಮತ್ತು 300 ರ ನಡುವಿನ 8 ಲಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

200 ಮತ್ತು 300 ರ ನಡುವಿನ 8 ಲಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 204+210+216+.....+300

$$a = 204, d = 6, T_n = 300$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$300 = 204 + (n - 1)6$$

$$300 = 204 + 6n - 6$$

$$300 = 198 + 6n$$

$$6n = 300 - 198 \quad 6n = 102$$

$$n = \frac{102}{6} \quad n = 17$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + T_n)$$

$$S_{17} = \frac{17}{2}(204 + 300)$$

$$S_{17} = \frac{17}{2} \times 504 \quad S_{17} = 17 \times 252$$

$$S_{17} = 4284$$

15) 1 ಮತ್ತು 201 ರ ನಡುವಿನ 3 ಲಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

16) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕ್ರಮವಾಗಿ 21 ಮತ್ತು 231 ಆದರೆ ಆ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ  
ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು

$$a - d, a, a + d$$

$$a - d + a + a + d = 21$$

$$3a = 21$$

$$a = \frac{21}{3} \quad a = 7$$

$$(a - d)a(a + d) = 231$$

$$(a - d)(a + d) = \frac{231}{a}$$

$$a^2 - d^2 = \frac{231}{a}$$

$$7^2 - d^2 = \frac{231}{7}$$

$$49 - d^2 = 33$$

$$49 - 33 = d^2$$

$$d^2 = 16 \quad d = \pm 4$$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು 3, 7, 11

17) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 3 ನೇ ಪದ 8 ಮತ್ತು 9ನೇ ಪದವು 3ನೇ ಪದದ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 2 ಹೆಚ್ಚು ಇದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 19 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು ಮೇಲಿನ ಅನ್ವಯಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು. ಅಂಕ:3 ಅಥವಾ 4

1) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿರುವ 5 ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯದ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಹಾಗೂ ಮೊದಲ ಹಾಗೂ 5 ನೇ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 48 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಐದು ಪದಗಳು

$$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$$

$$a - d + a + a + d = 24$$

$$3a = 24$$

$$a = \frac{24}{3} \quad a = 8$$

$$(a - 2d)(a + 2d) = 48$$

$$(a - 2d)(a + 2d) = 48$$

$$a^2 - 4d^2 = 48$$

$$8^2 - 4d^2 = 48$$

$$64 - 4d^2 = 48$$

$$64 - 48 = 4d^2$$

$$4d^2 = 16$$

$$d^2 = \frac{16}{4} d^2 = 4$$

$$d = \pm 2$$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಐದು ಪದಗಳು  $a = 8$   $d = 2$

4,8,8,10,12

- 2) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕ್ರಮವಾಗಿ 6 ಮತ್ತು -120 ಆದರೆ ಆ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು

$$a - d, a, a + d$$

$$a - d + a + a + d = 6$$

$$3a = 6$$

$$a = \frac{6}{3} a = 2$$

$$(a - d)a(a + d) = -120$$

$$(a - d)(a + d) = \frac{-120}{a}$$

$$a^2 - d^2 = \frac{-120}{a}$$

$$2^2 - d^2 = \frac{-120}{2}$$

$$4 - d^2 = -60$$

$$4 + 60 = d^2$$

$$d^2 = 64 \quad d = \pm 8$$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು -6, 2, 10

- 3) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 18 ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ 140 ಆದರೆ ಆ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು

$$a - d, a, a + d$$

$$a - d + a + a + d = 18$$

$$3a = 18$$

$$a = \frac{18}{3} a = 6$$

ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ 140

$$(a - d)^2 + a^2 + (a + d)^2 = 140$$

$$(6 - d)^2 + 6^2 + (6 + d)^2 = 140$$

$$(6 - d)^2 + (6 + d)^2 = 140 - 36$$

$$36 + d^2 - 12d + 36 + d^2 + 12d = 104$$

$$2d^2 + 72 = 104$$

$$2d^2 = 104 - 72$$

$$2d^2 = 32$$

$$d^2 = \frac{32}{2} d^2 = 16$$

$$d = \pm 4$$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳು  $a = 6$   $d = 4$

2,6,10

- 4) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತ 224 ಆದರೆ ಆ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ

- 5) ಒಂದು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ  $5^\circ$  ಮತ್ತು ಉತ್ತಮ ಕೋನ  $120^\circ$  ಆದರೆ ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ  
ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ.

$$120, 125, 130, \dots, 175$$

$$a = 120, d = 5, T_n = 175$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$175 = 120 + (n - 1)5$$

$$175 = 120 + 5n - 5$$

$$175 = 115 + 5n$$

$$5n = 175 - 115$$

$$5n = 60$$

$$n = \frac{60}{5} \quad n = 12$$

ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 12

- 6) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ, ಮೂರನೇ ಹಾಗೂ 5ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 39 ಮತ್ತು 2ನೇ, 4ನೇ ಹಾಗೂ 6ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 51 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 10ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ

$$T_1 + T_3 + T_5 = 39$$

$$a + a + 2d + a + 4d = 39$$

$$3a + 6d = 39$$

$$a + 2d = 13$$

$$a = 13 - 2d \dots \dots (1)$$

$$T_2 + T_4 + T_6 = 51$$

$$a + d + a + 3d + a + 5d = 51$$

$$3a + 9d = 51$$

$$a + 3d = 17 \dots \dots (2)$$

(1) ರಿಂದ

$$13 - 2d + 3d = 17$$

$$d = 17 - 13$$

$$d = 4$$

$$a = 13 - 2d \dots \dots (1)$$

$$a = 13 - 2 \times 4$$

$$a = 5$$

$$T_{10} = a + 9d$$

$$T_{10} = 5 + 9 \times 4 \quad T_{10} = 41$$

- 7) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 9ನೇ ಪದವು 2ನೇ ಪದದ ಎರಡರಷ್ಟಿಹಿ ಹಾಗೂ 7ನೇ ಪದ ಮತ್ತು 4ನೇ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 12 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲಿ
- 8) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 2ನೇ ಮತ್ತು 3ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 22 ಹಾಗೂ ಮೊದಲ ಮತ್ತು 4ನೇ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 85 ಆದರೆ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ.
- 9) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಆರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 345 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯ ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 55 ಆದರೆ ಆ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ
- 10) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 175 ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 475 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ
- 11) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 25 ಮತ್ತು ಮೊದಲ 25 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 35 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ
- 12) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 12ನೇ ಪದವು -13 ಮತ್ತು ಮೊದಲ 4 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 24 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿ



- 13) 12 ಪದಗಳಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 54 ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯ ಮೂರು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 135 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ
- 14) ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಮೊದಲ ಹಾಗೂ 4ನೇ ಕೋನ ಮತ್ತು 2ನೇ ಮತ್ತು 3ನೇ ಕೋನಗಳ ರೂಢಲಬ್ಧದ ಅನುಪಾತವು 27:28 ಆದರೆ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

### 18) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಅಂಕ: 2

ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

- 1)  $\sqrt{3} \tan \theta = 1$  ಮತ್ತು  $\theta$  ಲಘುಕೋನವಾದರೆ ಆದರೆ  $\sin 3\theta$  ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$\sqrt{3} \tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \theta = \tan 30^\circ$$

$$\sin 3\theta = \sin 3 \times 30^\circ$$

$$= \sin 90^\circ = 1$$

- 2)  $3 \tan \theta = 1$  ಆದರೆ  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$3 \tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{1}{3} = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

$$(\text{hyp}) = \sqrt{3^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{10}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

- 3)  $2 \sin \theta = \sqrt{3}$  ಆದರೆ  $\cot \theta$ ,  $\text{cosec } \theta$  ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$$2 \sin \theta = \sqrt{3}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$\text{adj} = \sqrt{2^2 - \sqrt{3}^2}$$

$$= \sqrt{4 - 3} = 1$$

$$\cot \theta = \frac{1}{2} \quad \text{cosec } \theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

- 4)  $13 \sin \theta = 5$  ಮತ್ತು  $\theta$  ಲಘುಕೋನವಾದರೆ  $\frac{5 \sin \theta - 2 \cos \theta}{\tan \theta}$  ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$13 \sin \theta = 5$$

$$\sin \theta = \frac{5}{13} = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$\text{adj} = \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$= \sqrt{169 - 25} = 12$$

$$\cos \theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{12}{13}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{5 \sin \theta - 2 \cos \theta}{\tan \theta} = \frac{5 \times \frac{5}{13} - 2 \times \frac{12}{13}}{\frac{5}{12}}$$

$$= \frac{\frac{25}{5} - \frac{24}{12}}{\frac{13}{12}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{13}{12}}$$

$$= \frac{1}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{12}{65}$$

5)  $\cot \theta = \frac{20}{21}$  ಅದರ  $\cos \theta$  ಮತ್ತು  $\operatorname{cosec} \theta$  ಬೆಲೆಯೇನು?

6)  $\cos \theta = \frac{5}{13}$  ಆದಾಗ  $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$  ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7)  $4 \tan \theta = 3$  ಅದರ  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8)  $\cot \theta = \frac{7}{8}$  ಅದರ  $\frac{(1+\sin \theta)(1-\sin \theta)}{(1+\cos \theta)(1-\cos \theta)}$  ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9)  $\triangle ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $\angle B=90^\circ$ ,  $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$  ಅದರ  $\sin A \cos C + \cos A \sin C$  ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10)  $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ$  ಯ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11)  $\frac{5 \cos^2 60^\circ + 4 \sec^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ}$  ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12)  $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

19) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣ ಅಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಅಂಕ: 3

ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

1)  $\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta} = (\sec \theta - \tan \theta)^2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

$$= \frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta} \times \frac{1-\sin \theta}{1-\sin \theta}$$

$$= \frac{(1-\sin \theta)^2}{1^2 - \sin^2 \theta} = \frac{1^2 + \sin^2 \theta - 2 \sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{2 \sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \sec^2 \theta + \tan^2 \theta - 2 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{1}{\cos \theta}$$

$$= \sec^2 \theta + \tan^2 \theta - 2 \sec \theta \tan \theta$$

$$= (\sec \theta - \tan \theta)^2$$

2)  $\frac{\sin \theta}{1-\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{1+\sin \theta} = 2 \sec \theta \cdot \tan \theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

$$= \frac{\sin \theta}{1-\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{1+\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta (1+\sin \theta) + \sin \theta (1-\sin \theta)}{1^2 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \sin^2 \theta + \sin \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{2 \sin \theta}{\cos \theta} \frac{1}{\cos \theta} = 2 \sec \theta \cdot \tan \theta$$

3)  $\frac{\cos \theta}{1-\tan \theta} + \frac{\sin \theta}{1-\cot \theta} = \sin \theta + \cos \theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

$$\frac{\cos \theta}{1-\tan \theta} + \frac{\sin \theta}{1-\cot \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta}{1 - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} + \frac{\sin \theta}{1 - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}} = \frac{\cos \theta}{\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta}} + \frac{\sin \theta}{\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta}}$$

$$= \frac{\cos \theta}{1} \times \frac{\cos \theta}{\cos \theta - \sin \theta} + \frac{\sin \theta}{1} \times \frac{\sin \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{(\cos \theta - \sin \theta)}$$

$$= (\cos \theta + \sin \theta)$$

5)  $(1 + \cot \theta - \csc \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta) = 2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$(1 + \cot \theta - \csc \theta)(1 + \tan \theta + \sec \theta)$$

$$= \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \frac{1}{\sin \theta}\right) \left(1 + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta}\right)$$

$$= \left(\frac{\sin \theta + \cos \theta - 1}{\sin \theta}\right) \left(\frac{\cos \theta + \sin \theta + 1}{\cos \theta}\right) = \frac{(\sin \theta + \cos \theta)^2 - 1^2}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta - 1}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1 + 2 \sin \theta \cos \theta - 1}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} = 2$$

6)  $\frac{\tan \theta - \sin \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\tan \theta}{1 + \cos \theta}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\frac{\tan \theta - \sin \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \sin \theta}{1 - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\frac{\sin \theta - \sin \theta \cos \theta}{\cos \theta}}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} = \frac{\frac{\sin \theta(1 - \cos \theta)}{\cos \theta}}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$$

$$= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{(1 + \cos \theta)} = \frac{\tan \theta}{1 + \cos \theta}$$

7)  $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = 1 - 2 \sin^2 \theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}$$

$$= \frac{\frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = \frac{1}{\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}$$

$$= \frac{1}{\frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = 1 - \sin^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \theta$$

8)  $\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \sin^2 \theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \sin^2 \theta$$

$$= \frac{\sin^2 \theta - \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \tan^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$$

9)  $\frac{\sin(90-\theta)}{1+\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{1-\cos(90-\theta)} = 2 \sec\theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\frac{\sin(90-\theta)}{1+\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{1-\cos(90-\theta)}$$

$$= \frac{\sin(90-\theta)}{1+\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{1-\cos(90-\theta)}$$

$$= \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta(1-\sin\theta) + \cos\theta(1+\sin\theta)}{1-\sin^2\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta(1-\sin\theta) + \cos\theta(1+\sin\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{\cos\theta(1-\sin\theta)}{\cos^2\theta} + \frac{\cos\theta(1+\sin\theta)}{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{(1-\sin\theta)}{\cos\theta} + \frac{(1+\sin\theta)}{\cos\theta} = \frac{(1-\sin\theta+1+\sin\theta)}{\cos\theta}$$

$$= \frac{2}{\cos\theta} = 2 \sec\theta$$

10)  $\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = 2 \csc\theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

11)  $\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}} = \csc\theta - \cot\theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

12)  $(\sin\theta + \csc\theta)^2 + (\cos\theta + \sec\theta)^2 = 7 + \tan^2\theta + \cot^2\theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

13)  $\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} + \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = 4 \cot\theta \operatorname{cosec}\theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

14)  $\frac{\tan\theta}{1+\tan^2\theta} = \sin\theta \cos\theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

15)  $A=60^\circ B=30^\circ$  ಆದರೆ  $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$  ಎಂದು ತಾಳೆ ನೋಡಿ

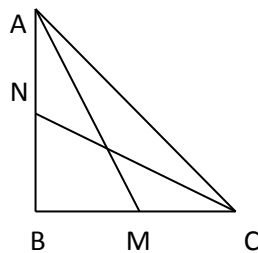
16)  $(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)^2 = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

17)  $\frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} + \frac{\cot\theta}{1-\tan\theta} = 1 + \sec\theta \cdot \cos\theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

18)  $\frac{\sin\theta - 2\sin^3\theta}{2\cos^3\theta - \cos\theta} = \tan\theta$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

20) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಮತ್ತು ಪೈಥಾಗೊರಸ ಪ್ರಮೇಯದ ಮೇಲಿನ ಅನ್ವಯಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು 3

1)  $\Delta ABC$  ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ  $\angle ABC=90^\circ$ , AM, CN ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ A ಮತ್ತು C ಗಳಿಂದ BC ಮತ್ತು AB ಗಳಿಗೆ ಎಳೆದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ.  $AM^2 + NC^2 = \frac{5AC^2}{4}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



$\Delta ABC$  ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ  $AB^2 + BC^2 = AC^2$  .....(1)

$\Delta ABM$  ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ

$AB^2 = AM^2 - BM^2$  .....(2)

$\triangle BCN$  ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲ

$$BC^2 = NC^2 - BN^2 \dots\dots(3)$$

(1) ಮತ್ತು (3) ಗಳನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$AM^2 - BM^2 + NC^2 - BN^2 = AC^2$$

$$AM^2 + NC^2 = AC^2 + BM^2 + BN^2$$

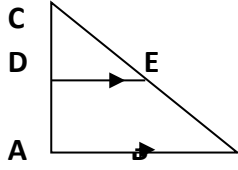
$$AM^2 + NC^2 = AC^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

$$AM^2 + NC^2 = AC^2 + \frac{BC^2}{4} + \frac{AB^2}{4}$$

$$AM^2 + NC^2 = \frac{4AC^2 + AB^2 + BC^2}{4}$$

$$AM^2 + NC^2 = \frac{4AC^2 + AC^2}{4} \quad AM^2 + NC^2 = \frac{5AC^2}{4}$$

2) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $DE \parallel AB$   $AD=7$  ಸೆಂಮೀ  $CD= 5$  ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು  $BC= 18$  ಸೆಂಮೀ ಆಗಿವೆ  $CE$  ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



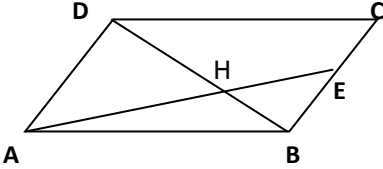
$\triangle ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $DE \parallel AB$

ಥೇಲೈ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ  $\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB}$

$$\frac{5}{12} = \frac{CE}{18}$$

$$\frac{5}{12} \times 18 = CE \quad CE = 7.5 \text{ ಸೆಂಮೀ}$$

3)  $ABCD$  ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ  $E$  ಯು  $BC$  ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಜಂದು ಕರ್ಣ  $BD$  ಮತ್ತು  $AE$  ರೇಖೆಯು  $H$  ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ  $AH.HB=HD.EH$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ



$ABCD$  ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ  $AD \parallel BC$

ಆದ್ದರಿಂದ  $AD \parallel BE$   $\triangle ADH$   $\triangle BEH$  ಗಳಲ್ಲಿ

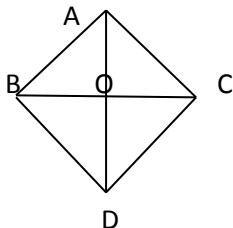
$\angle AHD = \angle BHE$  ಶೃಂಗಾಂಶಮುಖ ಕೋನಗಳು

$\angle ADH = \angle HBE$   $AD \parallel BE$  ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು

$\triangle ADH \parallel \triangle BEH$

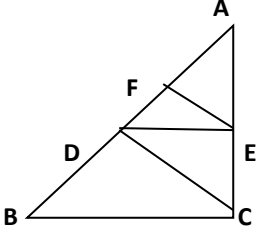
$$\frac{AH}{HE} = \frac{HD}{HB} \quad AH.HB=HD.EH$$

4) ವಜ್ರಾಕೃತಿ  $ABCD$  ಯಲ್ಲಿ  $4AB^2 = AC^2 + BD^2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ





5)  $\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $DE \parallel BC$  ಮತ್ತು  $CD \parallel EF$  ಆಗಿ  $AD^2 = AF \times AB$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



$\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $DE \parallel BC$

ಥೇಲ್ಮ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$  .....(1)

$\Delta ADC$  ಯಲ್ಲಿ  $CD \parallel EF$  ಥೇಲ್ಮ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ  $\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AC}$  .....(2)

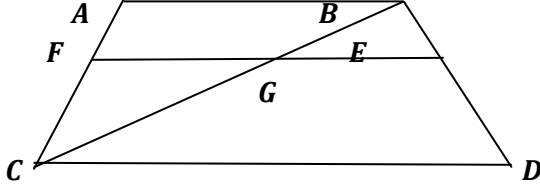
(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AD^2 = AF \times AB$$

6) ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು 2:1 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತವೆ. ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

7)  $\Delta PQR$  ದಲ್ಲಿ  $\angle PQR=90^\circ$ ,  $QS \perp PR$ ,  $PQ = a$ ,  $QR = b$ ,  $RP = c$  ಮತ್ತು  $QS = p$  ಆದರೆ  $pc = ab$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

8) ತ್ರಾಪೀಜ್ಯ  $ABCD$  ಯಲ್ಲಿ  $AB \parallel CD$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $DC = 2AB$  ಮತ್ತು  $\frac{BE}{CE} = \frac{3}{4}$  ಆದರೆ  $7EF = 10AB$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ



9)  $\Delta PQR$  ದಲ್ಲಿ  $\angle P=90^\circ$ ,  $PS \perp QR$ ,  $\angle Q=45^\circ$ ,  $PQ = x$ ,  $PS$  ಬಿಲಿಯನ್ನು  $x$  ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

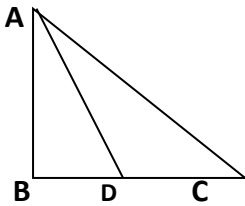
10) ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ  $ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $AD \perp BC$  ಆದರೆ  $AB^2 + CD^2 = \frac{5}{4} AC^2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

11)  $\Delta ABC$  ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ  $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=a$ ,  $AC=b$ ,  $CD \perp AB$  ಮತ್ತು  $CD=p$  ಆದರೆ  $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

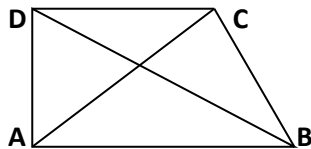
12)  $\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $AD \perp BC$  ಮತ್ತು  $BD:CD=3:1$  ಆದರೆ  $2(AB^2 - AC^2) = BC^2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

13)  $\Delta ABD$  ಯಲ್ಲಿ  $BC:CD=1:4$  C ಯು BD ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು  $\Delta ABC$  ಯು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾದರೆ  $AD^2 = 21AC^2$

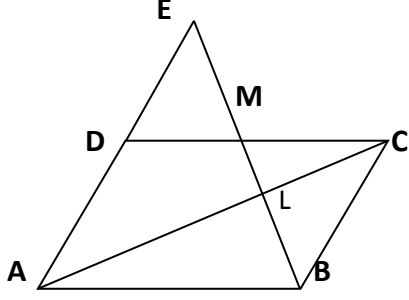
14)  $ABC$  ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ  $\angle ABC=90^\circ$ , ಆ ಯು  $\angle C$  ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆದರೆ  $AC^2 = 4AD^2 - AB^2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ



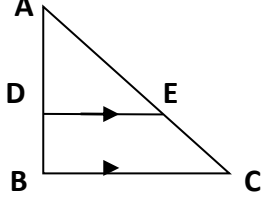
15) ತ್ರಾಪೀಜ್ಯ  $ABCD$  ಯಲ್ಲಿ  $AB \parallel CD$ ,  $\angle DAB=90^\circ$  ಮತ್ತು  $AB:CD=3:2$  ಆದರೆ  $4(BD^2 - AC^2) = 5CD^2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ



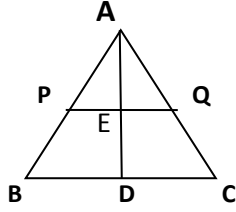
16)  $ABCD$  ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ M ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ BM ರೇಖೆಯನ್ನು AC ಯನ್ನು L ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದಿದೆ, AD ಯನ್ನು E ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ.  $EL=2BL$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



17) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $DE \parallel BC$   $AD=5$  ಸೆಂಮೀ  $BD= 6$ ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು  $CE= 12$  ಸೆಂಮೀ ಆದರೆ  $AE$  ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

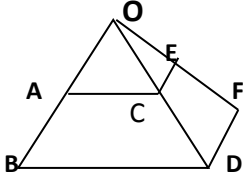


19)  $\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $AD$  ಮಧ್ಯರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.  $PQ \parallel BC$  ಆದರೆ  $PE=EQ$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



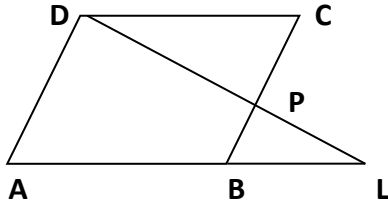
20)  $ABCD$  ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ  $AC \parallel BD$  ಕರ್ಣಗಳು  $O$  ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.  $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{OD}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

21) ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $AC \parallel BD$  ಮತ್ತು  $CE \parallel DF$  ಹಾಗೂ  $OA=12$  ಸೆಂಮೀ  $AB= 9$ ಸೆಂಮೀ  $OC=8$  ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು  $EF=4.5$ ಸೆಂಮೀ ಆದರೆ  $OE$  ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



22) ನೆಲದ ಗೋಡೆಯ ಪಾದದಿಂದ 6 ಅಡಿ ದೂರದಲ್ಲರುವ ಒಂದು ಏಣಿಯನ್ನು ಗೋಡೆಗೆ ಒರಲಿಸಿದೆ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ನೆಲದಿಂದ ಮೂರನೇ ಎರಡರಷ್ಟು ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಏಣಿಯ ಮೇಲೆ ಹತ್ತುತ್ತಾನೆ. ಆಗ ಅವನು ಗೋಡೆಯಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದಾನೆ?

23)  $ABCD$  ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ  $P$  ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ  $BC$ ಯ ಮೇಲಿನ ಜಂದು.  $DP$  ಮತ್ತು  $AB$  ಗಳನ್ನು  $L$  ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವಂತೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ.  $DP:PL=DC:BL$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



21) ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ದೂರದ ಮೇಲಿನ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಅಂಕ:2

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಒಂದು ಗೋಪುರವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ ನೇರವಾಗಿ ನಿಂತಿದೆ. ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ 15m ದೂರದ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಗೋಪುರದ ಮೇಲ್ತುದಿಯ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $60^\circ$  ಆಗಿದೆ. ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:-ಗೋಪುರದ ಇರುವ ದೂರ(CB )= 15m

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ(AB)= ?

ಉನ್ನತ ಕೋನ ( $\angle ACB$ )=  $60^\circ$

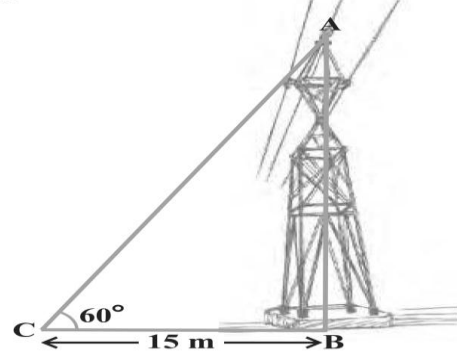
$$\Delta ADE \text{ ಯಿಂದ } \tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{15}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{15}$$

$$AB = 15\sqrt{3} \text{ m.}$$

$\therefore$  ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ  $15\sqrt{3}$  ಮೀಟರ್.



ಉದಾಹರಣೆ 2: 1.5m ಎತ್ತರವಿರುವ ವೀಕ್ಷಕರೊಬ್ಬರು ಚಿಮಣಿಯಿಂದ 28.5m ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದಾರೆ. ಚಿಮಣಿಯ ಮೇಲ್ತುದಿಗೆ ಅವರ ಕಣ್ಣಿನಿಂದ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $45^\circ$  ಆಗಿದೆ. ಚಿಮಣಿಯ ಎತ್ತರವೇನು?

ಪರಿಹಾರ:-ಇಲ್ಲಿ AB ಯು ಚಿಮಣಿ. CD ವೀಕ್ಷಕ=1.5ಮೀಟರ್ &  $\angle ADE$  ಉನ್ನತ ಕೋನ =  $45^\circ$

$\Delta ADE$  ತ್ರಿಭುಜ  $\angle E = 90^\circ$   
ಚಿಮಣಿಯ ಎತ್ತರ =  $AB = AE + BE$

$$AB = AE + 1.5$$

$$DE = CB = 28.5 \text{ m.}$$

$$\Delta ADE \text{ ಯಿಂದ } \tan \theta = \frac{AE}{DE}$$

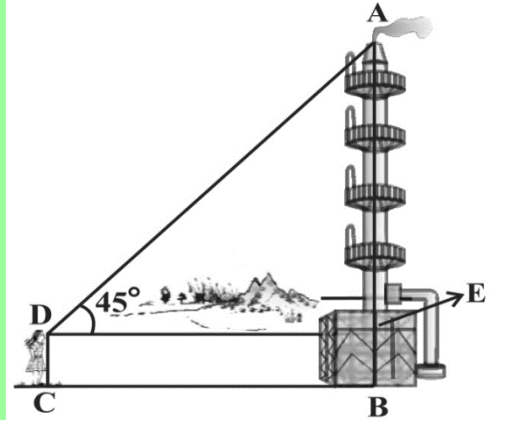
$$\tan 45^\circ = \frac{AE}{28.5}$$

$$1 = \frac{AE}{28.5}$$

$$AE = 28.5 \text{ m.}$$

$$AB = AE + 1.5 = 28.5 + 1.5 = 30 \text{ m}$$

$\therefore$  ಚಿಮಣಿಯ ಎತ್ತರ 30 ಮೀಟರ್.



- 3) ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ 30 ಮೀ ದೂರದ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಜಂದುವಿನಿಂದ, ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $30^\circ$  ಆದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 4) ಜರುಗಾಣಿಗೆ ಸಿಕ್ಕಿ ಒಂದು ಮರವು ಮೂಲದು, ನೆಲಕ್ಕೆ ತಾಲಿದಾಗ ನೆಲದಿಂದ  $30^\circ$  ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದೆ ಮತ್ತು ಮರದ ತುದಿಯು ಮರದ ಬುಡದಿಂದ 8 ಮೀ ದೂರದಲ್ಲ ನೆಲಕ್ಕೆ ತಾಲಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮೂಲದು ಜೀಳುವ ಮುನ್ನು ಮರದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟಿತ್ತೆಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 5) ಒಬ್ಬ ನರ್ಕಸಿನ ಕಲಾವಿದನು, ನೆಲ ಸ್ತಂಭದಿಂದ ಹಿಲ್ಲಿಸಿ ನೆಲಕ್ಕೆ ಕಟ್ಟಿರುವ 20 ಮೀ ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗದ ಮೇಲೆ ಹತ್ತುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ನೆಲದೊಂದಿಗೆ ಹಗ್ಗದ ನಡುವಿನ ಕೋನವು  $30^\circ$  ಆದರೆ ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

## 22) ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ದೂರದ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಅಂಕ:3 ಆಧಾರ 4

- 1) ನೆಲದಿಂದ 50 ಮೀ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿದ್ದು ಸ್ಥಳದಿಂದ ಮೋಡವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $30^\circ$  ಆಗಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ನೋಡಲಾಗುವ ಪ್ರತಿಜಂಬ ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನವು  $60^\circ$  ಆಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ನೆಲದಿಂದ ಮೋಡವು ಇರುವ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 2) ನೆಲದ ಮೇಲಿನಿಂದ ದ್ವಜಸ್ತಂಭದ ತುದಿಯವು ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $30^\circ$  ಆಗಿದೆ. ಹಾಗೆಯೇ ದ್ವಜಸ್ತಂಭದ ಕಡೆಗೆ ನಡೆಯುತ್ತ 6 ಮೀ ದೂರವನ್ನು ಕ್ರಮಿಸಿದಾಗ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $15^\circ$  ಯಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ದ್ವಜಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 3) 50 ಮೀ ಮತ್ತು 40 ಮೀ ಎತ್ತರವಿರುವ ಎರಡು ಗಾಳಿ ಬಿಡುಗಡೆ ಸ್ತಂಭವನ್ನು ವಿಜ್ಞಾನೋಬ್ಬ ಅವರೆಡರ ನಡುವೆ ನಿಂತು ತುದಿಯನ್ನು ಏಕೀಕರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು ಎರಡು ಸಂಧ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ  $45^\circ$  ಆಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಎರಡು ಗಾಳಿ ಬಿಡುಗಡೆ ಸ್ತಂಭಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 4) ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು P ನಿಂದ 10m ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲ್ತುದಿಯ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $30^\circ$ . ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲೆ ದ್ವಜವನ್ನು ಹಾರಿಸಿದ ಮತ್ತು P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಈ ದ್ವಜ ಸ್ತಂಭದ ಮೇಲ್ತುದಿಗೆ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $45^\circ$ . ಹಾಗಾದರೆ ದ್ವಜಸ್ತಂಭದ ಉದ್ದವನ್ನು ಮತ್ತು P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಕಟ್ಟಡಕ್ಕೆ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\sqrt{3} = 1.73$  ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

ಚಲಿಹಾರ:- ಇಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರ (AB)  $h = 10$  m ಆಗಿರಲಿ.

ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $(\tan \theta) = 30^\circ$ .  $\triangle APB$  ಯಲ್ಲಿ

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{AP} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{AP} \therefore AP = 10\sqrt{3}$$

$\therefore$  P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಕಟ್ಟಡಕ್ಕಿರುವ ದೂರ =  $10\sqrt{3} = 17.32$  m

DB = x m ಆಗಿರಲಿ.

AD = AB + BD = (10 + x) m.

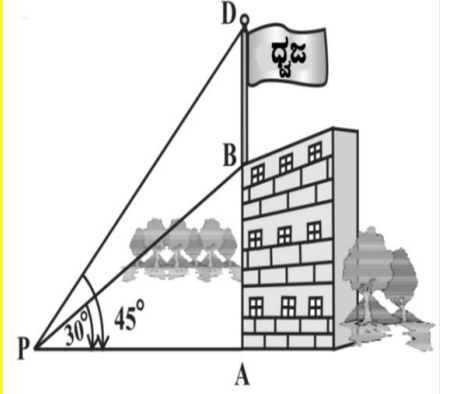
$\triangle APD$  ಯಲ್ಲಿ  $(\tan \theta) = 45^\circ$ . ಅವನತ ಕೋನ ಆಗಿದೆ

$$\therefore \tan 45^\circ = \frac{AD}{AP} = \frac{10+x}{10\sqrt{3}}$$

$$\therefore 1 = \frac{10+x}{10\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x = 10(\sqrt{3}-1) = 10(1.73-1) = 7.3 \text{ m}$$

$\therefore$  ದೃಜಸ್ತಂಭದ ಉದ್ದವು 7.3 ಮೀಟರ್.



ಉದಾಹರಣೆ 5) ನೆಲದ ಮೇಲೆ ನೇರವಾಗಿ ನಿಂತ ಸ್ತಂಭವೊಂದರ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದವು, ಸೂರ್ಯನೆಡೆಗಿನ ಕೋನವು  $60^\circ$  ಇದ್ದಾಗ ಉಂಟಾದ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ,  $30^\circ$  ಇದ್ದಾಗ ಉಂಟಾದ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದವು 40m ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚಲಿಹಾರ:- ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ (AB) = h ಮೀಟರ್. ಆಗಿರಲಿ.

BC ಯು ಸೂರ್ಯನೆಡೆಗಿನ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $60^\circ$ . ಇದ್ದಾಗ

ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ = x ಮೀಟರ್. ಆಗಿರಲಿ. DB = 40 + x ಮೀಟರ್.

ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು  $\triangle ABC$  &  $\triangle ABD$  ರಲ್ಲಿ

$$\text{ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ } \triangle ABC \text{ ಯಲ್ಲಿ } \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x} \therefore h = x\sqrt{3} \dots (1)$$

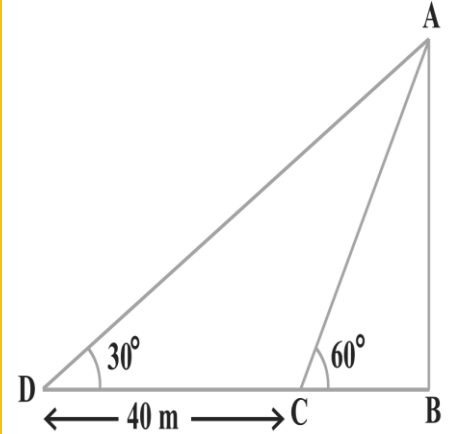
$$\text{ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ } \triangle ABD \text{ ಯಲ್ಲಿ } \tan 30^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+40} \dots (2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{x+40} \Rightarrow (x\sqrt{3})\sqrt{3} = x+40 \text{ (ಸಮೀಕರಣ (1) ಆದೇಶಿಸಿದೆ)}$$

$$3x = x+40 \Rightarrow x = 20$$

$$\therefore h = x\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \text{ m} \therefore \text{ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರ} = 20\sqrt{3} = 34.64 \text{ m}$$



ಉದಾಹರಣೆ 6) ಒಂದು ಬಹುಮುಖದ ಕಟ್ಟಡದ ಮೇಲಿನಿಂದ 8m ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡವೊಂದರ ಮೇಲ್ಬದಿ ಮತ್ತು ಪಾದಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $30^\circ$  ಮತ್ತು  $45^\circ$  ಆಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಬಹುಮುಖದ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಮತ್ತು ಆ ಎರಡೂ ಕಟ್ಟಡಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚಲಿಹಾರ:- ಬಹುಮುಖದ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರ = PC = h ಮೀಟರ್. ಆಗಿರಲಿ.

ಸಣ್ಣ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರ AB = 8m

PC = PD + CD = PD + AB = PD + 8

ಕಟ್ಟಡಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ = AC = BD

PQ || PD < QPB = < PBD (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ PBD ಯಲ್ಲಿ < PBD =  $30^\circ$ ,

$$\tan 30^\circ = \frac{PD}{BD} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{PD}{BD} \therefore BD = \sqrt{3}PD \dots (1)$$

PQ || AC < QPA = < PAC (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

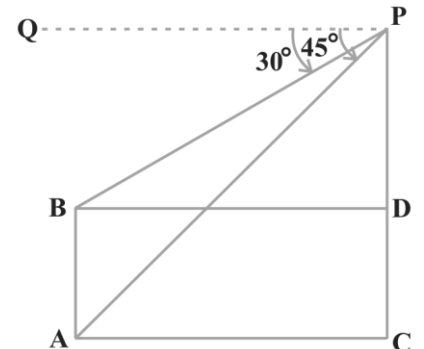
ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ PAC ಯಲ್ಲಿ < PAC =  $45^\circ$

$$\tan 45^\circ = \frac{PC}{AC} \Rightarrow 1 = \frac{PC}{AC} = \frac{PD+8}{\sqrt{3}PD} \therefore \Rightarrow \sqrt{3}PD = PD+8 \Rightarrow \sqrt{3}PD - PD = 8$$

$$\Rightarrow PD(\sqrt{3}-1) = 8 \Rightarrow PD = \frac{8}{\sqrt{3}-1} = \frac{8(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{8(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{8(\sqrt{3}+1)}{2} = 4(\sqrt{3}+1)$$

$$\therefore \text{ಬಹುಮುಖದ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರ} = PC = PD + 8 = 4(\sqrt{3}+1) + 8 = 4\sqrt{3} + 4 + 8 = 4\sqrt{3} + 12 = 4(\sqrt{3}+3)$$

$\therefore$  ಬಹುಮುಖದ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರ = ಎರಡೂ ಕಟ್ಟಡಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ =  $4(\sqrt{3}+3)$  ಮೀಟರ್. ಆಗಿದೆ.





ಉದಾಹರಣೆ 7) ನದಿಗೆ ಕಟ್ಟಲಾದ ಸೇತುವೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, ನದಿಯ ಎರಡೂ ಪಾರ್ಶ್ವದ ದಡಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $30^\circ$  ಮತ್ತು  $45^\circ$  ಆಗಿವೆ. ಸೇತುವೆಯ ದಡದ ಮೇಲಿನಿಂದ 3 m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ನದಿಯ ಅಗಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಫಲಹಾರ:-ನದಿಯ ಎರಡೂ ದಡಗಳು = AB.

ನದಿಯಿಂದ ಸೇತುವೆ ಎತ್ತರ = DP = 3 ಮೀಟರ್.

$$AB = AD + DB$$

$$\text{APD ಯಲ್ಲಿ } \angle A = 30^\circ$$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{PD}{AD} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{AD} \Rightarrow AD = 3\sqrt{3} \text{ ಮೀಟರ್.}$$

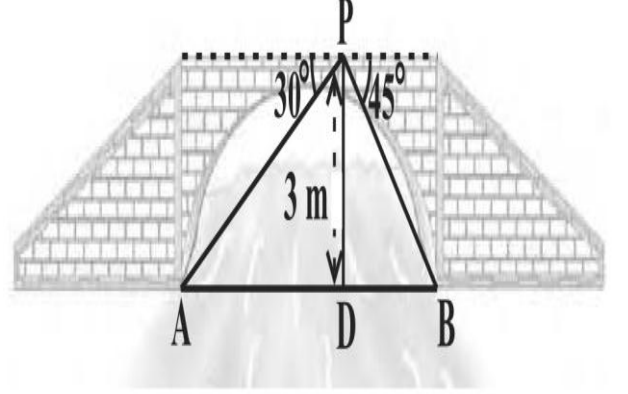
ಹಾಗೂ PBD ಯಲ್ಲಿ  $\angle B = 45^\circ$

$$\therefore PD = DB = 3 \text{ m}$$

$$\therefore AB = AD + DB$$

$$= 3\sqrt{3} + 3 = 3(\sqrt{3} + 1) \text{ ಮೀಟರ್.}$$

ನದಿಯ ಅಗಲ =  $3(\sqrt{3} + 1)$  ಮೀಟರ್.



ಉದಾಹರಣೆ 8) 1.2m ಎತ್ತರದ ಹುಡುಗಿಯ ಕ್ಷಿತಿಜ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ 88.2m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಲೂನ್ ಗಾಳಿಯಲ್ಲಿ ತೇಲುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ಗುರುತಿಸುತ್ತಾಳೆ. ಬಲೂನ್ ನೆಲದಿಂದ ಸಮ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ತೇಲುತ್ತದೆ ಎಂದುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಒಂದು ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಹುಡುಗಿಯ ಕಣ್ಣಿನಿಂದ ಬಲೂನ್ ಗೆ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $60^\circ$  ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯದ ನಂತರ ಉನ್ನತ ಕೋನವು  $30^\circ$  ಆಗುತ್ತದೆ ಈ ಸಮಯದ ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಬಲೂನ್ ಚಲಿಸಿದ ದೂರವೆಷ್ಟು?

ಫಲಹಾರ:-ಬಲೂನಿನ ಆರಂಭಿಕ ಸ್ಥಾನ A & ಚಲಿಸಿದ ಸ್ಥಾನ B.

ಆಗಿರಲಿ. ಬಲೂನಿನ ಎತ್ತರ = 88.2m

ಬಲೂನ್ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ = EG = CG - CE

$$\text{ACE ಯಲ್ಲಿ } \therefore \tan 60^\circ = \frac{AE}{CE} = \frac{AF - EF}{CE}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{88.2 - 1.2}{CE}$$

$$\Rightarrow CE = \frac{87}{\sqrt{3}} = 29\sqrt{3} \text{ ಮೀಟರ್.}$$

ಹಾಗೂ BCG ಯಲ್ಲಿ  $\angle C = 30^\circ$

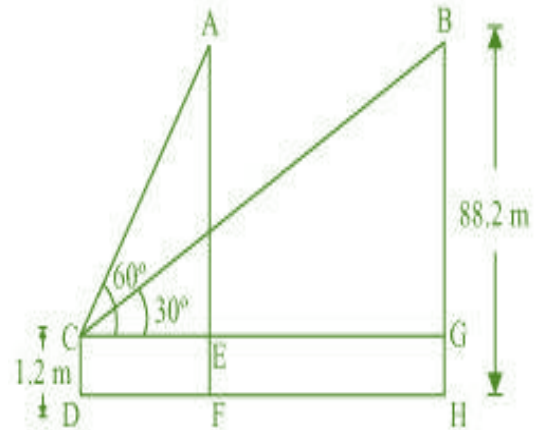
$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{BG}{CG} = \frac{BH - GH}{CG}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{88.2 - 1.2}{CG} \therefore CG = 87\sqrt{3} \text{ ಮೀಟರ್.}$$

$\therefore$  ಬಲೂನ್ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ EG = CG - CE

$$= (87\sqrt{3} - 29\sqrt{3}) \text{ ಮೀಟರ್.}$$

$\therefore$  ಬಲೂನ್ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ =  $58\sqrt{3}$  ಮೀಟರ್.



9) h ಮೀ ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಸ್ತಂಭದ ಬುಡದಿಂದ ಒಂದೇ ಭಾಗದ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ a ಮೀ ಮತ್ತು b ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಜಂದುವಿನಿಂದ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು ಎರಡು ಸಂಧರ್ಭದಲ್ಲಿ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರವು  $\sqrt{ab}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

## 23) ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಅಂಕ: 3

ಉದಾಹರಣೆಗಳು:

- 1) ಅನಿರುದ್ಧನು ಕೆಲವು ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ರೂ 60 ಗೆ ಕೊಂಡನು. ಅಷ್ಟೇ ಹಣಕ್ಕೆ ಅವನು ಇನ್ನೂ 5 ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ಕೊಂಡಿದ್ದರೆ ಪ್ರತಿ ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ 1 ರೂ ಕಡಿಮೆ ಆಗುತ್ತಿತ್ತು ಅನಿರುದ್ಧನು ಕೊಂಡ ಪುಸ್ತಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರತಿ ಪುಸ್ತಕದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



- 2) ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ರೂ 24 ಕ್ಕೆ ಮಾರಿ ಒಬ್ಬ ವರ್ತಕನು ಅದರ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯಷ್ಟೆ ಶೇಕಡಾ ಲಾಭವನ್ನು ಪಡೆದರೆ ವಸ್ತುವಿನ ಕೊಂಡ ಬೆಲೆ ಎಷ್ಟು?
- 3) ಮೂರು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಉಳಿದೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತ 154 ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
- 4) ಶಿವರಾಜ ಮತ್ತು ಲತಾ ರ ವಯಸ್ಸು 13 ಮತ್ತು 16 ಇವರಿಬ್ಬರ ವಯಸ್ಸಿನ ಗುಣಲಬ್ಧವು 460 ಆಗಲು ಎಷ್ಟು ವರ್ಷಗಳು ಬೇಕಾಗಬಹುದು
- 5) ಒಂದು ಮೋಟಾರ್ ದೋಣಿಯ ವೇಗ ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ 15 ಕಿ ಮೀ/ಗಂಟೆಗಿಳಿದು. ಆ ದೋಣಿಯು 4ಗಂಟೆ 30 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ 30 ಕಿ ಮೀ ದೂರ ಕೆಳಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿ ಮತ್ತೆ ಮೊದಲನೆಯ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಿದರೆ ನದಿಯ ವೇಗ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
- 6) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವು ಅದರ ಪಾದಕ್ಕಿಂತ 6 ಸೆಂ ಮೀ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ. ಡ್ರಿಬ್ಬುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 56 ಚ ಸೆಂ ಮೀ ಆದರೆ ಅದರ ಪಾದ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
- 7) ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು, ತನ್ನ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ವರ್ಗಕ್ಕಿಂತ ಎರಡರಷ್ಟಿದೆ. 8 ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ತಾಯಿಯ ವಯಸ್ಸು ತನ್ನ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 4 ವರ್ಷಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಅವರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?
- 8) ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 10 ನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಒಂದು ಕಾರ್ಯಕ್ರಮವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಿರುತ್ತಾರೆ. ಅದರ ಒಟ್ಟು ವೆಚ್ಚ ರೂ 1000 ಅನ್ನು ಎಲ್ಲಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮನಾಗಿ ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆದರೆ 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗೈರುಹಾಜರಾದ ಕಾರಣ ಪ್ರತಿ ಒಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು ರೂ 5 ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಕೊಡಬೇಕಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಒಟ್ಟು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
- 9) ಒಂದು ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆ 40 ಸೆಂ ಮೀ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 96 ಚ ಸೆಂ ಮೀ ಆದರೆ ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 10) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಅದರ ಕರ್ಣದ ಉದ್ದಕ್ಕಿಂತ 1 ಸೆಂ ಮೀ ಮತ್ತು 2 ಸೆಂ ಮೀ ಕಡಿಮೆ ಇದ್ದರೆ, ಆಯತದ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 11) ಒಬ್ಬ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು 100 ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿ ಹಂಚಿದಳು, ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ 8 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ಒಂದು ರೂಪಾಯಿ ಕಡಿಮೆ ಪಡೆದು ಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದರು. ಹಾಗಾದರೆ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 12) ಈಗಿನ ಅವನ ವಯಸ್ಸಿನ 5 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದಿನ ವಯಸ್ಸು ಮತ್ತು ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ನಂತರದ 5 ವರ್ಷಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 56 ಆದರೆ ಅವನ ವಯಸ್ಸು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 13) ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅವುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತದಲ್ಲ ಕಳೆದಾಗ ಉತ್ತರ 18 ಬರುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 14) ಶಾಲೆಯು ಒಂದು ಕಂಪಾಸ್ ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಒಂದು ಪೆನ್ಸನ್ನು 40 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟು ಖರೀದಿಸಿದಳು. ಅವಳು ಕಂಪಾಸ್ ಪೆನ್ಸಿಲಿಗೆ 5 ರೂ ಅಧಿಕ ಹಣವನ್ನು ಮತ್ತು ಪೆನ್ಸಿಗೆ 3 ರೂ ಕಡಿಮೆ ಹಣವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಅದರ ಗುಣಲಬ್ಧವು 360 ಆಗುತ್ತಿತ್ತು. ಅವಳು ಕಂಪಾಸ್ ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಮತ್ತು ಪೆನ್ಸನ್ನು ಕೊಂಡ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 15) ಎರಡು ಕೊಳಾಯಿಗಳು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು 6 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತುಂಬುತ್ತದೆ. ಜಿಕ್ಕ ಕೊಳಾಯಿಯು ದೊಡ್ಡ ಕೊಳಾಯಿಗಿಂತ 5 ಗಂಟೆ ಹೆಚ್ಚು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೊಳಾಯಿ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬಿಸಿದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೊಳಾಯಿ ತೊಟ್ಟಿಯನ್ನು ತುಂಬಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಅವಧಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

## 24) ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು. ಅಂಕ:3

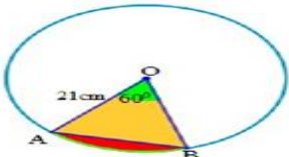
- 1) ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6 ಸೆಂ.ಮೀ . ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನವು 60°. ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\begin{aligned} \text{ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 3.14 \times 6 \times 6 \\ &= \frac{1}{6} \times 3.14 \times 6 \times 6 \end{aligned}$$

$$\text{ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 18.84 \text{cm}^2$$

- 2) 21 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಂಸವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60° ಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

- i) ಕಂಸದ ಉದ್ದ ii) ಕಂಸದಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ iii) ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾಂಟದ ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



$$\begin{aligned} \text{i) ಕಂಸದ ಉದ್ದ} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \\ &= \frac{1}{6} \times 2 \times 22 \times 3 \end{aligned}$$

$$=22$$

$$\therefore \text{ಕಂಸದ ಉದ್ದ } AB=22 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } AB \text{ ವೃತ್ತಕಂಸವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ } 60^\circ \text{ ಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{60}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \\ &= \frac{1}{6} \times 22 \times 3 \times 21 \\ &= 11 \times 21 \\ &= 231 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\Delta AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} (OA)^2$$

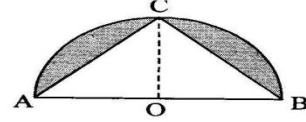
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (21)^2$$

$$\Delta AOB = 441 \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$\therefore$  ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾಯದ ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ -  $\Delta AOB$

$$= (231 - 441 \frac{\sqrt{3}}{4}) \text{ cm}$$

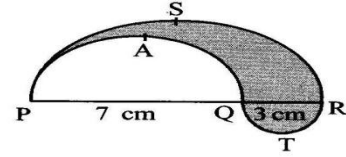
5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $\Delta ABC$  ತ್ರಿಭುಜವು ಅರ್ಧವೃತ್ತದಲ್ಲಿ.  $AB = 42 \text{ cm}$  ಆದರೆ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



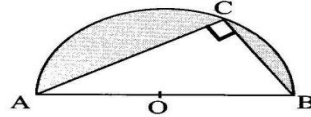
6. ಒಂದು ಗಡಿಯಾರದ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳಿನ ಉದ್ದ 14 cm. 9.00 am ದಿಂದ 9.35 am ವರೆಗೆ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು ಕ್ರಮಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. ಒಂದು ಗಡಿಯಾರದ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು 6 cm ಉದ್ದವಿದೆ. ಇದರ ತುದಿಯು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = 3.14$ )

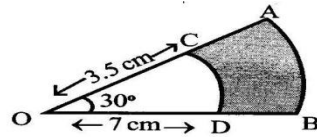
8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ PSR, RTQ ಮತ್ತು PAQ ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 10 cm, 3 cm ಮತ್ತು 7 cm ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತಗಳು. ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



9. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ,  $AB = 17 \text{ cm}$ ,  $BC = 8 \text{ cm}$  ಮತ್ತು  $AC = 8 \text{ cm}$  ಆದರೆ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

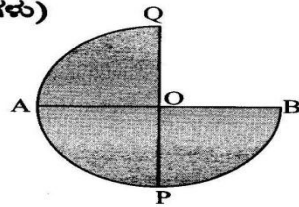


10. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, ತ್ರಿಜ್ಯ 7 cm ಮತ್ತು  $3.5 \text{ cm}$  ಇರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ಕಂಸಗಳು AB & CD.  $\angle AOB = 30^\circ$  ಆದರೆ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

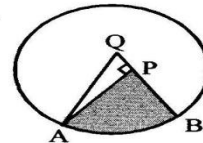


#### IV ಮುಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. (3 ಅಥವಾ 4 ಅಂಕಗಳು)

1. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ APB ಮತ್ತು PAQ ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳು ಮತ್ತು  $AO = OB = OQ$ . ಆದರೆ ಪರಿಧಿ 47 cm ಆದರೆ, ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



2. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AOB ಒಂದು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ. ಅದರ ಕೋನ  $60^\circ$  ಹಾಗೂ ತ್ರಿಜ್ಯ 17 cm.  $AP \perp OB$  ಮತ್ತು  $AP = 15 \text{ cm}$  ಆದರೆ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



## ಫನಾಕೃತಿಗಲ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಘನಫಲ. ಅಂಕ: 2 ಅಥವಾ 3

**ಉದಾಹರಣೆ 1:** 45 cm ಎತ್ತರ ಇರುವ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾದಗಲ ತ್ರಿಜ್ಯಗಲು 28 cm ಮತ್ತು 7 cm ಗಲಾಗಿವೆ. ಇದರ ಘನಫಲ, ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = \frac{22}{7}$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

**ಪರಿಹಾರ:** ಎತ್ತರ  $h = 45$  cm. ತ್ರಿಜ್ಯಗಲು(R)  $r_1 = 28$ ,  $r_2 = 7$  cm

$$l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} = \sqrt{45^2 + (28 - 7)^2} = \sqrt{(3 \times 15)^2 + (3 \times 7)^2}$$

$$3\sqrt{15^2 + 7^2} = 3\sqrt{225 + 49} = 3\sqrt{274} = 3 \times 16.55 = 49.65 \text{ cm.}$$

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} (28^2 + 7^2 + 28 \times 7) = 48510 \text{ cm}^3$$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ವಕ್ರಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \pi (r_1 + r_2) l = \frac{22}{7} (28 + 7) 49.65 = \frac{22}{7} (35) (49.65) = 22 \times 5 \times 49.65$$

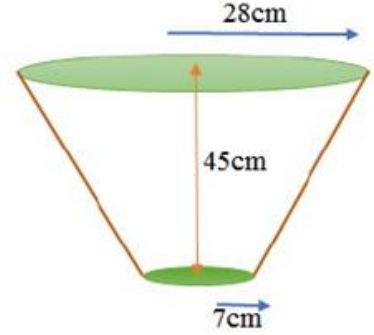
$$= 5461.5 \text{ cm}^2$$

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \pi [(r_1 + r_2) l + r_1^2 + r_2^2] = \pi (r_1 + r_2) l + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$$

$$= 5461.5 + \frac{22}{7} \times 28^2 + \frac{22}{7} \times 7^2 = 5461.5 + 2464 + 154 = 8079.5 \text{ cm}^2$$

∴



**ಉದಾಹರಣೆ 2:** ಹನುಮಂತಪ್ಪ ಮತ್ತು ಅವರ ಪತ್ನಿ ಗಂಗಮ್ಮ ಇವರು ಕಬ್ಬಿನ ರಸದಿಂದ ಬೆಲ್ಲವನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ಕಬ್ಬಿನ ರಸವನ್ನು ಸಂಸ್ಕರಿಸಿ ಕಾಕಂಬಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ, ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಅಚ್ಚಿಗೆ ಸುರಿಯಲಾಗಿದೆ. ಅಚ್ಚಿನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಎರಡು ಪಾದಗಲ ವ್ಯಾಸವು 30 cm ಮತ್ತು 35 cm ಮತ್ತು ಅದರ ನೇರ ಎತ್ತರವು 14 cm ಇದೆ. ಕಾಕಂಬಿಯ ಪ್ರತಿ 1 cm<sup>3</sup> ಗಲದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 1.2 g ಆದರೆ, ಅಚ್ಚಿನ ಪಾತ್ರೆಗೆ ಸುರಿದ ಕಾಕಂಬಿಯ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = \frac{22}{7}$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

**ಪರಿಹಾರ:** ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಎರಡು ಪಾದಗಲ ತ್ರಿಜ್ಯಗಲು(R)  $r_1 = 17.5$ ,  $r_2 = 15$  cm

ಎತ್ತರ  $h = 14$  cm.

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿ ಅಚ್ಚು ಇರುವುದರಿಂದ ಅದರಲ್ಲಿ ಕಾಕಂಬಿಯನ್ನು ಸುರಿದ ಪ್ರಮಾಣ (ಘನಫಲ) ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಘನಫಲ

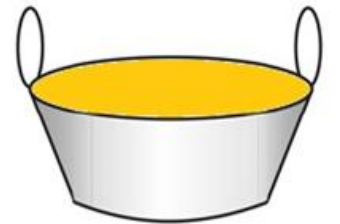
$$= \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 (17.5^2 + 15^2 + 17.5 \times 15)$$

$$= \frac{1}{3} \times 22 \times 2 (306.25 + 225 + 262.5)$$

$$= \frac{1}{3} \times 44 \times 793.75 = 11641.7 \text{ cm}^3$$

∴ ಕಾಕಂಬಿಯ ಪ್ರತಿ 1 cm<sup>3</sup> ಗಲದ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿಯು 1.2 g ಆದರೆ, ಅಚ್ಚಿನ ಪಾತ್ರೆಗೆ ಸುರಿದ ಕಾಕಂಬಿಯ ದ್ರವ್ಯರಾಶಿ =  $11641.7 \times 1.2 = 13970.04 \text{ g} = 13.97 \text{ g} = 14 \text{ kg}$



**ಉದಾಹರಣೆ 3:** ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ತೆರೆದ ಲೋಹದ ಬಕೇಟ್ ಇದೆ. ಇದೇ ಲೋಹದ ಹಾಳೆಯಿಂದ ಮಾಡಿದ ಟೋಳ್ಳಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಬಕೇಟ್‌ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದೆ. ಅದರ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವು 45 cm ಮತ್ತು 25 cm, ಬಕೇಟ್‌ನ ಒಟ್ಟು ನೇರ ಎತ್ತರವು 40 cm ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದ ಪಾದದ ಎತ್ತರವು 6 cm ಆಗಿದೆ. ಈ ಬಕೇಟ್‌ನ್ನು ಮಾಡಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಲೋಹದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಬಕೇಟ್‌ನ ಹಿಡಿಕೆಯನ್ನು ಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗೆಯೇ ಬಕೇಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯಬಹುದಾದ ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಘನಫಲ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = \frac{22}{7}$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)



**ಪರಿಹಾರ:** ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಎರಡು ಪಾದಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು( $R$ ) $r_1=22.5$  cm,  $r_2= 12.5$  cm

ಬಕೇಟ್‌ನ ಒಟ್ಟು ಎತ್ತರ = 40 cm. ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಎತ್ತರ  $h=40-6=34$  cm.

ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಓರೆಎತ್ತರ  $l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} = \sqrt{34^2 + (22.5 - 12.5)^2}$

$l = \sqrt{34^2 + (10)^2} = 35.44$  cm.

ಬಳಸಿದ ಲೋಹದ ಹಾಳೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ+ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= \pi l (r_1+r_2) + \pi r_2^2 + 2\pi r h$$

$$= \frac{22}{7} \times 35.44(22.5+12.5) + (\frac{22}{7} \times 12.5^2 + 2 \times \frac{22}{7} \times 12.5 \times 6)$$

$$= \frac{22}{7} (35.44 \times 35) + 156.25 + 281.25 = \frac{22}{7} (1240.4 + 437.5) = 4860.9 \text{ cm}^2$$

ಈಗ ಬಕೇಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯಬಹುದಾದ ನೀರಿನ ಘನಫಲ (ಇದನ್ನು ಬಕೇಟ್‌ನ ಸಾಮಥ್ಯ

$$\text{ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ}) = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 34 (22.5^2 + 12.5^2 + 22.5 \times 12.5)$$

$$= \frac{34}{3} \times \frac{22}{7} (506.25 + 156.25 + 281.25) = \frac{748}{21} \times 943.75 = 33615.48 \text{ cm}^3$$

∴ ಬಕೇಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯಬಹುದಾದ ಒಟ್ಟು ನೀರಿನ ಘನಫಲ = 33615.48 cm<sup>3</sup> = 33.62 ಲೀಟರ್



- 4) ಭಿನ್ನಕ ರೂಪದ ಕನಡ ಬುಟ್ಟಿಯು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಎರಡು ಬದಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 15 ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು 8 ಸೆಂಮೀ ಆಗಿದೆ, ಇದರ ಅಳವು 63 ಸೆಂಮೀ ನಷ್ಟಿದ್ದರೆ ಕನಡ ಬುಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 5) ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಹೂದಾನಿಯ ಎರಡು ಬದಿಗಳ ಸುತ್ತಳತೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ 44 ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು  $8.4\pi$  ಸೆಂಮೀ ಗಳು ಇದರ ಅಳವು 14 ಸೆಂಮೀ ಆದರೆ, ಇದರ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 6) ಒಂದು ಶಂಕುವನ್ನು ಅದರ ಎತ್ತರದ ಮಧ್ಯೆ ಜಂಟಿಮೂಲಕ ಜಾಡಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಸಮತಲದ ಮೂಲಕ ಕತ್ತರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ ಮತ್ತು ಮೂಲ ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ ಇವುಗಳಿಗಿರುವ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

## 25) ಜೋಡಿಸುವ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು. ಅಂಕ:3 ಅಥವಾ 4

**ಉದಾಹರಣೆ:-** ರಶೀದನು ಹುಟ್ಟುಹಬ್ಬದ ಉಡುಗೊರೆಯಾಗಿ ಒಂದು ಬುಗರಿಯನ್ನು ಪಡೆದನು. ಬುಗರಿಯ ಹೊರ ಮೇಲ್ಮೈಗೆ ಬಣ್ಣ ಇರಲಿಲ್ಲ. ಅವನ ಬಳಿ ಇರುವ ಬಣ್ಣದ ಕಡ್ಡಿ (crayons) ಗಳಿಂದ ಬಣ್ಣ ಬಳಿಯಲು ಬಯಸಿದ್ದಾನೆ. ಬುಗರಿಯು ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಇರಿಸಿದ ಹಾಗೆ ಕಾಣಿಸುತ್ತದೆ. ಬುಗರಿಯ ಸಂಪೂರ್ಣ ಎತ್ತರವು 5 cm ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವು 3.5 cm ಇದ್ದರೆ, ಅವನು ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಬೇಕಾದ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = \frac{22}{7}$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

**ಪರಿಹಾರ:-** ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ =  $\frac{3.5}{2} = 1.75$  ಸೆಂ.ಮೀ. ಬುಗರಿಯ ಎತ್ತರ = 5 ಸೆಂ.ಮೀ.

ಬುಗರಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಶಂಕುವಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $2\pi r^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times (\frac{3.5}{2})^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 1.75^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 3.0625 = 2 \times 10.5625 = 21.125$  ಚ.ಸಂ.ಮಿ

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ = ಬುಗರಿಯ ಎತ್ತರ - ಅರ್ಧಗೋಳದ ಎತ್ತರ (ತ್ರಿಜ್ಯ) = 5 - 1.75 = 3.25 ಸೆಂ.ಮಿ

ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ (L) =  $\sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(\frac{3.5}{2})^2 + (3.25)^2} = \sqrt{(1.75)^2 + (3.25)^2}$

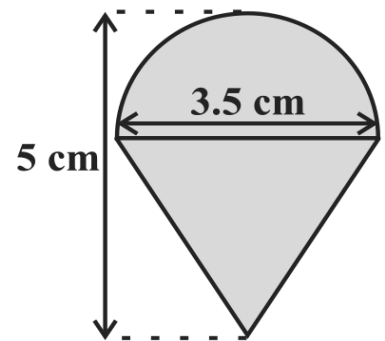
$$= \sqrt{3.0625 + 10.5625} = \sqrt{13.625} = 3.7 \text{ cm}$$

ಶಂಕುವಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $\pi r l = \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times 3.7 \text{ cm}^2$ .

∴ ಬುಗರಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times \frac{3.5}{2} + \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times 3.7$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} (3.5 + 3.7) = 11 \times 0.5 (7.2) = 39.6 \text{ ಚ.ಸಂ.ಮಿ}$$

∴ ಬುಗರಿಯ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 39.6 ಚ.ಸಂ.ಮಿ.



**ಉದಾಹರಣೆ 2:** ಅಲಂಕಾರಿಕ ವಸ್ತುವು ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳ ಈ ಎರಡು ಘನಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಪಾದವು 5 cm ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲೆ 4.2 cm ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಇರಿಸಿದೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = \frac{22}{7}$ ) ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ.

ಪರಿಹಾರ:- ಒಂದು ವರ್ಗ ಪಾದವು = 5 cm . ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ =  $\frac{4.2}{2} = 2.1$  ಸೆ.ಮೀ.  
 ಒಂದು ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  $6 \times a^2 = 6 \times 5 \times 5 = 150$  ಚ.ಸೆ.ಮಿ.  
 ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ  

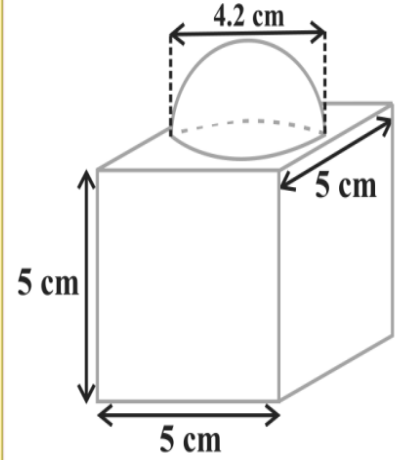
$$= 150 - \pi r^2 + 2\pi r^2 = 150 + \pi r^2$$

$$= 150 + \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1$$

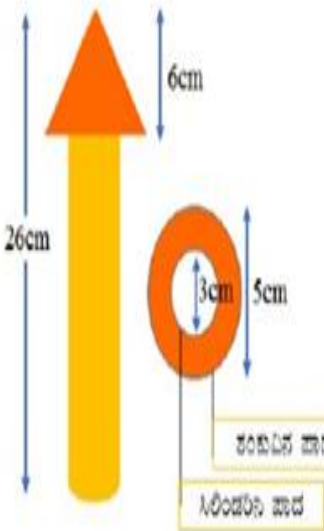
$$= 150 + 22 \times 0.3 \times 2.1$$

$$= 150 + 13.86 = 163.86$$

∴ ವಸ್ತುವಿನ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 163.86 ಚ.ಸೆ.ಮಿ.



**ಉದಾಹರಣೆ 3:** ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಮೇಲೆ ಶಂಕುವಿನ ಪಾದವನ್ನು ಇರಿಸಿ, ಒಂದು ಮರದ ಆಟಕೆಯ ರಾಕೆಟ್ ಅನ್ನು (ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ) ಮಾಡಿದೆ. ರಾಕೆಟ್‌ನ ಸಂಪೂರ್ಣ ಎತ್ತರವು 26 cm ಹಾಗೆಯೇ, ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಭಾಗದ ಎತ್ತರವು 6 cm ಇದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವು 5 cm. ಹಾಗೆಯೇ, ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವು 3 cm ಇದೆ. ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣ ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು ಹಳದಿ ಬಣ್ಣವನ್ನು ಹಚ್ಚಬೇಕಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಿದ ರಾಕೆಟ್‌ನ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = 3.14$  ಎಂದು ಬಳಸಿ).



ಪರಿಹಾರ:- ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ =  $r$ . ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ =  $l$ , ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ =  $h$  ಎಂದು, ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ =  $r'$ , ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ =  $h'$  ಎಂದು ಸೂಚಿಸೋಣ. ಆಗ  $r = 2.5$  ಸೆ.ಮೀ.  $h = 6$  ಸೆ.ಮೀ.  $r' = 1.5$  ಸೆ.ಮೀ.  $h' = 26 - 6 = 20$  ಸೆ.ಮೀ.  

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(2.5)^2 + (6)^2} = \sqrt{6.25 + 36} = \sqrt{42.25} = 6.5 \text{ cm.}$$
 ಇಲ್ಲಿ, ಶಂಕುವಿನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದವು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಇದೆ. ಆದರೆ ಶಂಕುವಿನ ಪಾದವು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ಒಂದು ಭಾಗಕ್ಕೆ (ಉಂಗುರ) ಮಾತ್ರ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚಬೇಕು.  
 ಕಿತ್ತಳೆ ಬಣ್ಣ ಹಚ್ಚ ಬೇಕಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ  

$$= \pi r l + \pi r^2 - \pi (r')^2$$

$$= \pi [(2.5 \times 6.5) + (2.5)^2 - (1.5)^2]$$

$$= \pi [16.25 + 6.25 - 2.25] = 3.14 \times 20.25 = 63.585 \text{ ಚ.ಸೆ.ಮಿ.}$$
 ಹಳದಿ ಬಣ್ಣ ಬಳಿಯಬೇಕಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಒಂದು ಪಾದದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.  

$$= 2\pi r' h' + \pi (r')^2$$

$$= \pi r' (2h' + r') = (3.14 \times 1.5) (2 \times 20 + 1.5) = 4.71 \times 41.5$$

∴ ಹಳದಿ ಬಣ್ಣ ಬಳಿಯಬೇಕಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 195.465 ಚ.ಸೆ.ಮಿ.

**ಉದಾಹರಣೆ 4:** ಮಯಾಂಕನು ಅವನ ಕೈ ತೋಟದಲ್ಲಿ ಪಕ್ಷಿಗಳು ಸ್ನಾನ ಮಾಡಲು ಅನುಕೂಲವಾಗುವಂತೆ, ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದಲ್ಲಿ ತಗ್ಗಾಗುವಂತೆ, ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ನಿರ್ಮಿಸಿದ್ದಾನೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ 1.45 m ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 30 cm ಇದೆ. ಈ ಸಾಧನದ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = \frac{22}{7}$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).



ಪರಿಹಾರ:-

ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ = 'h'

ಮತ್ತು ಸಿಲಿಂಡರ್ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿದ್ದು, ಅದು 'r' ಎಂದಿರಲಿ.

ನಂತರ,

ಈಸಾಧನದ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ  
+ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2 \text{ ಚದರ ಮಾನಗಳು.}$$

$$= 2\pi r(rh)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 30(30+145)$$

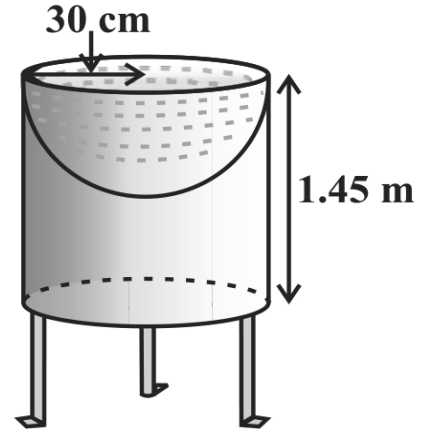
$$= \frac{44}{7} \times 30 \times 175$$

$$= \frac{44}{7} \times 5250$$

$$= 44 \times 750$$

$$= 33000 \text{ ಚ.ಸಂ.ಮಿ.}$$

∴ ಸಾಧನದ ಒಟ್ಟು ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 3.3 ಚ.ಮಿ.



**ಉದಾಹರಣೆ 5:** ಸಿಲಿಂಡರಿನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದವನ್ನು ಶಂಕುವು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಡೇರಿಯು ಇದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸವು 2.1 m ಮತ್ತು 4 m ಕ್ರಮವಾಗಿ ಇದೆ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಒರೆ ಎತ್ತರ 2.8 m ಆದರೆ, ಡೇರಿಯನ್ನು ನಿರ್ವಹಿಸಲು ಬಳಸಿದ ತಾಡಪತ್ರಿ(canvas) ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ, ತಾಡಪತ್ರಿಯ ದರವು ₹ 500 ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್ ಆದರೆ, ತಾಡಪತ್ರಿಯನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಾಗುವ ಹಣವೆಷ್ಟು? (ಡೇರಿಯ ಪಾದವನ್ನು ತಾಡಪತ್ರಿಯಿಂದ ಹಾಸಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ).

ಪರಿಹಾರ:-

ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ = h = 2.1 m , ಸಿಲಿಂಡರಿನ ವ್ಯಾಸವು = 4 m , ಸಿಲಿಂಡರ್ ತ್ರಿಜ್ಯ 'r' = 2m

ಶಂಕುವಿನ ಒರೆ ಎತ್ತರ = 2.8 m

ತಾಡಪತ್ರಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಶಂಕುವಿನ ಪಾರ್ಶ್ವಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$= 2\pi rh + \pi r l$$

$$= \pi r(2h + l)$$

$$= \frac{22}{7} \times 2(2 \times 2.1 + 2.8)$$

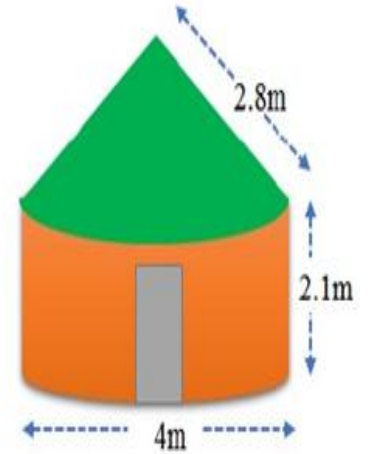
$$= \frac{22}{7} \times 2(4.2 + 2.8)$$

$$= \frac{22}{7} \times 2(7)$$

$$= 44 \text{ ಚ.ಮಿ.}$$

ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್ಗೆ ₹ 500 ರಂತೆ 44 ಚ.ಮಿ. ಗೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = 44 × 500 = 22000

∴ ತಾಡಪತ್ರಿಯನ್ನು ಕೊಳ್ಳಲು ಬೇಕಾಗುವ ಹಣ = 22,000 ರೂ.ಗಳು



**-: ಜೋಡಿಸಿದ ಘನಾಕೃತಿಗಳ ಘನಫಲ:-**

**ಉದಾಹರಣೆ 6:** ಶಾಂತ ಅವರು ಜೋಪಡಿ (shed)ಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕೈಗಾರಿಕೆಯನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತಿದ್ದಾರೆ. ಜೋಪಡಿಯ ಆಕಾರವು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯಾಗಿದ್ದು, ಇದರ ಮೇಲ್ಮೈವಣಿಯು ಅರ್ಧ ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಿಂದ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿದೆ. ಜೋಪಡಿಯ ಪಾದದ ಅಳತೆಯು 7 m × 15 m ಮತ್ತು ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಎತ್ತರ 8 m ಆದರೆ ಜೋಪಡಿಯಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯುವ ಗಾಳಿಯ ಘನಫಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮುಂದುವರೆದು, ಜೋಪಡಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎಲ್ಲಾ ಯಂತ್ರಗಳ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲವು 300 m<sup>3</sup> ಮತ್ತು ಅದರಲ್ಲಿನ 20 ಕೆಲಸಗಾರರು, ಪ್ರತಿ ಕೆಲಸಗಾರರು ಸರಾಸರಿಯಾಗಿ 0.08 m<sup>3</sup> ಅವಕಾಶವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ. ಎಂದು ಭಾವಿಸಿದರೆ, ನಂತರ ಜೋಪಡಿಯಲ್ಲಿ ಉಳಿಯುವ ಗಾಳಿ ಎಷ್ಟು? ( $\pi = \frac{22}{7}$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

ಪರಿಹಾರ:-ಜೋಪಡಿನಲ್ಲಿ ಇರುವ ಗಾಳಿಯ ಘನಫಲವು(ಜೋಪಡಿಯಲ್ಲಿನ ಯಂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಕೆಲಸಗಾರರು ಇರದೇ ಇದ್ದಾಗ) ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ಅರ್ಧ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಒಳಭಾಗದ ಘನಫಲಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡದಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ. ಈಗ, ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಉದ್ದ, ಅಗಲ ಮತ್ತು ಎತ್ತರಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 15 m, 7 m ಮತ್ತು 8 m ಆಗಿದೆ. ಅಲ್ಲದೆ ಅರ್ಧ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ವ್ಯಾಸವು 7 m ಮತ್ತು ಅದರ ಎತ್ತರ 15 m ಆಗಿದೆ.

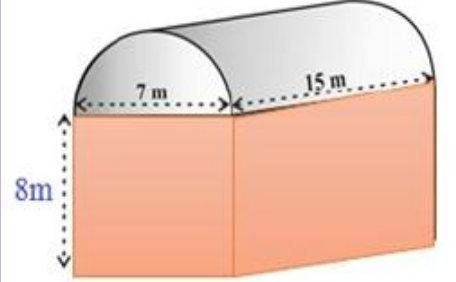
$$\therefore \text{ಆಪೇಕ್ಷಿತ ಘನಫಲ} = \text{ಆಯತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಘನಫಲ} + \frac{1}{2} (\text{ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ})$$

$$= [15 \times 7 \times 8 + \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 15] = [840 + 288.75] = 1128.75 \text{ ಚ.ಮಿ.}$$

$$\text{ನಂತರ, ಯಂತ್ರಗಳಿಂದ ಆವರಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಘನಫಲ} = 300 \text{ m}^3$$

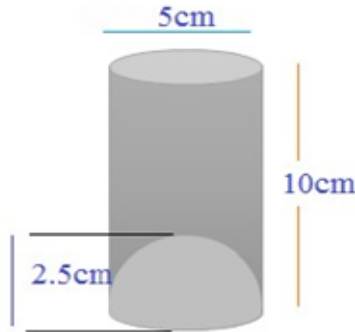
$$\text{ಕೆಲಸಗಾರರಿಂದ ಆವರಿಸಿದ ಒಟ್ಟು ಅವಕಾಶ} = 20 \times 0.08 = 1.6 \text{ m}^3$$

$$\therefore \text{ಯಂತ್ರಗಳು ಮತ್ತು ಕೆಲಸಗಾರರು ಇದ್ದಾಗ ಗಾಳಿಯ ಘನಫಲ} = 1128.86 - (300.00 + 1.60) = 827.15 \text{ m}^3$$



**ಉದಾಹರಣೆ 6:** ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಹಣ್ಣಿನ ರಸದ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಗ್ರಾಹಕರಿಗೆ ಗಾಜಿನ ಲೋಟದಲ್ಲಿ ಹಣ್ಣಿನ ರಸವನ್ನು ನೀಡುತ್ತಿದ್ದಾನೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದ ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಒಳ ವ್ಯಾಸವು 5 cm ಇದೆ. ಆದರೆ ಲೋಟದ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಅರ್ಧಗೋಳದಷ್ಟು ಎತ್ತರಿಸಿದ ಭಾಗವು ಇದ್ದು, ಇದು ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಎತ್ತರವು 10 cm ಆದರೆ ಕಣ್ಣಿಗೆ ಕಾಣುವ ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಮತ್ತು ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = 3.14$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

ಪರಿಹಾರ:-ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಒಳ ವ್ಯಾಸ = 5 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ = 10 cm



$$\text{ಕಣ್ಣಿಗೆ ಕಾಣುವ ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ} = \pi r^2 h$$

$$= 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 10 \text{ cm}^3$$

$$= 196.25 \text{ cm}^3$$

ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯವು ಲೋಟದ ಪಾದದಲ್ಲರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲದಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ.

$$\text{ಅಂದರೆ, ಕಡಿಮೆಯಾಗುವ ಗಾತ್ರ} = 23 \pi r^3 = 23 \times 3.14 \times 2.5 \times 2.5 \times 2.5$$

$$= 32.71 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{ಗಾಜಿನ ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ} = \text{ಕಣ್ಣಿಗೆ ಕಾಣುವ ಲೋಟದ ಸಾಮರ್ಥ್ಯ} - \text{ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ}$$

$$= (196.25 - 32.71) = 163.54 \text{ cm}^3$$

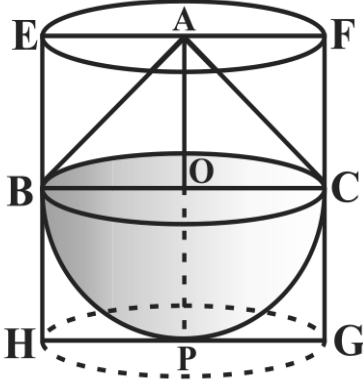
**ಉದಾಹರಣೆ 7:** ಒಂದು ಘನ ಅಣಕಿಯು ಅರ್ಧಗೋಳದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ನೇರ ಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಇರಿಸಿದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 2 cm ಮತ್ತು ಪಾದದ ವ್ಯಾಸವು 4 cm ಇದೆ. ಅಣಕಿಯ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಒಂದು ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಅಣಕಿಯನ್ನು ಅವೃತ್ತಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಸಿಲಿಂಡರ್ ಮತ್ತು ಅಣಕಿಯನ್ನು ಘನಫಲದ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi = 3.14$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

**ಪರಿಹಾರ :** BPC ಯು ಅರ್ಧಗೋಳ ಮತ್ತು ಒಂಟು ಶಂಕು ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಶಂಕುವು ಅರ್ಧ ಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ.

ಅರ್ಧಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯವು BO ಆಗಿದ್ದು (ಶಂಕುವಿನ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ) =  $12 \times 4 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ =  $23 \pi r^3 + 13 \pi r^2 h$

$$= 23 \times 3.14 \times 2^3 + 13 \times 3.14 \times 2^2 \times 2 \text{ cm}^3$$



$$= 25.12 \text{ cm}^3$$

EFGH ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರ್ ಆಗಿದ್ದು ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಸಂಪೂರ್ಣ ಆವೃತವಾಗಿದೆ.

ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರನ ತ್ರಿಜ್ಯ = HP = BO = 2 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಎತ್ತರವು

$$EH = AO + OP = (2 + 2) \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

ಬೇಕಾದ ಘನಫಲ = ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರನ ಘನಫಲ - ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$= (3.14 \times 2^2 \times 4) - 25.12 \text{ cm}^3$$

$$= 25.12 \text{ cm}^3$$

**ಉದಾಹರಣೆ 8:** 60 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 60 cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರನಲ್ಲಿ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಚ್ಚಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 60 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು 180 cm ಆದರೆ ಸಿಲಿಂಡರನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

**ಪರಿಹಾರ :** ಸಿಲಿಂಡರನ ತ್ರಿಜ್ಯ( $r$ ) = 60 cm . ಎತ್ತರ ( $h$ ) = 180 cm

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ ( $h_1$ ) = 120 cm.

ಸಿಲಿಂಡರನ ಘನಫಲ =  $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 180$$

$$= \frac{14256000}{7} = 20367571.43 \text{ cm}^3$$

ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ =  $\frac{1}{3} \pi r^2 h_1 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 120$

$$= \frac{3168000}{7} = 452571.43 \text{ cm}^3$$

ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ =  $\frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 60$

$$= \frac{3168000}{7} = 452571.43 \text{ cm}^3$$

ಸಿಲಿಂಡರನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರು =  $20367571.43 - (452571.43 + 452571.43)$

$$= 20367571.43 - 905142.86.$$

$$= 1131428.57 \text{ cm}^3 = 1.131 \text{ m}^3$$

∴ ಸಿಲಿಂಡರನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರು =  $1.131 \text{ m}^3$

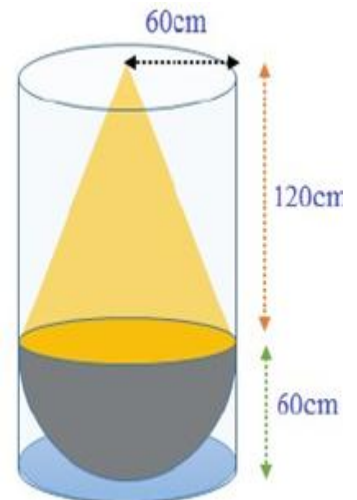
**ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:-**

ಸಿಲಿಂಡರನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರು =  $[\pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h_1 - \frac{2}{3} \pi r^3] = \pi r^2 [h - \frac{1}{3} h_1 - \frac{2}{3} r]$

$$= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 [180 - (\frac{1}{3} \times 120) - (\frac{2}{3} \times 60)]$$

$$= \frac{79200}{7} [180 - 80] = 11314.2857 \times 100 = 1131428.57 \text{ cm}^3$$

∴ ಸಿಲಿಂಡರನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರು =  $1.131 \text{ m}^3$





ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಒಂದು ಅಕಾರದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಅಕಾರಕ್ಕೆ ಪರಿವರ್ತಿಸುವುದು. ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಅದರ ಅಕಾರವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಅದರ ಘನಫಲದಲ್ಲ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ.

**ಉದಾಹರಣೆ 8:** ಒಂದು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 24 cm ಮತ್ತು ಅದರ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6 cm ಇದೆ. ಮಾದಲಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದ ಜೇಡಿ ಮಣ್ಣಿನಿಂದ ತಯಾರಿಸಿದೆ. ಒಂದು ಮಗುವು ಇದನ್ನು ಗೋಲಾಕೃತಿಗೆ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ, ಗೋಲದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

**ಪರಿಹಾರ :** ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ( $r$ )= 6 cm . ಎತ್ತರ ( $h$ )= 24cm  
ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ ( $h_1$ )= 120 cm.

$$\text{ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 24$$

ಗೋಲದ ತ್ರಿಜ್ಯವು ' $r$ ' ಎಂದಾದರೆ, ಅದರ ಘನಫಲವು  $\frac{4}{3} \pi r^3$   
ಆದ್ದರಿಂದ, ಜೇಡಿ ಮಣ್ಣಿನಿಂದ ಮಾಡಿದ ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ ಮತ್ತು ಗೋಲದ ಘನಫಲವು ಸಮನಾಗಿರುವುದರಿಂದ

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi r^3 &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ r^3 &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 24 \\ r^3 &= 6 \times 6 \times 6 \end{aligned}$$

$$\therefore r = 6 \text{ cm}$$

$\therefore$  ಗೋಲದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6 cm.

**ಉದಾಹರಣೆ 9:** ನೆಲೆಯ ಮನೆಯ ಮೇಲಿನ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯು ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಅಕಾರದಲ್ಲಿದೆ. ಅಯಿತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಅಕಾರ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಸಂಪ್ (ನೆಲದ ಕೆಳಗಿನ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿ)ನಿಂದ ಇದಕ್ಕೆ ನೀರನ್ನು ತುಂಬಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅಯಿತ ಘನಾಕೃತಿಯ ಸಂಪ್‌ನ ಅಳತೆಯು 1.57 m  $\times$  1.44 m  $\times$  0.95 m ಇದೆ. ಮನೆಯ ಮೇಲಿನ ತೊಟ್ಟಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯವು 60 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 95 cm ಇದೆ. ಸಂಪ್ ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ಭರ್ತಿ ಯಾಗಿದೆ. ಈಗ ಈ ನೀರನ್ನು ಮನೆಯ ಮೇಲಿನ ತೊಟ್ಟಿಗೆ ಕಳುಹಿಸಿ, ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭರ್ತಿ ಮಾಡಿದೆ. ಸಂಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ತೊಟ್ಟಿಯ ಸಾಮಥ್ಯ ಮತ್ತು ಸಂಪ್‌ನ ಸಾಮಥ್ಯಗಳಿಗೆ ಇರುವ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ( $\pi=3.14$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

**ಪರಿಹಾರ:** ಮನೆ ಮೇಲಿನ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲವು ಸಂಪ್‌ನಿಂದ ಹೊರತೆಗೆದ ನೀರಿನ ಘನಫಲಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$$\begin{aligned} \text{ಈಗ ಮನೆ ಮೇಲಿನ ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ (ಸಿಲಿಂಡರ್)} &= \pi r^2 h = \frac{1}{3} \\ &= 3.14 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\text{ನೀರು ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿದಾಗ ಸಂಪ್‌ನಲ್ಲಿನ ನೀರಿನ ಘನಫಲ} = l \times b \times h$$

$$= 1.57 \times 1.44 \times 0.95 \text{ m}^3$$

$$\text{ನೀರಿನ ತೊಟ್ಟಿ ತುಂಬಿದ ನಂತರ ಸಂಪ್‌ನಲ್ಲಿನ ನೀರಿನ ಘನಫಲ}$$

$$= [(1.57 \times 1.44 \times 0.95) - (3.14 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95)] \text{ m}^3$$

$$= (1.57 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95 \times 2) \text{ m}^3$$

$$\begin{aligned} \text{ಆದ್ದರಿಂದ, ಸಂಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ನೀರಿನ ಮಟ್ಟ} &= \frac{\text{ಸಂಪ್‌ನಲ್ಲಿ ಉಳಿದ ನೀರಿನ ಘನಫಲ}}{l \times b} \\ &= \frac{1.57 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95 \times 2}{1.57 \times 1.44} \\ &= 0.475 \text{ m} = 47.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\text{ತೊಟ್ಟಿಯ ಸಾಮಥ್ಯ}}{\text{ಸಂಪ್‌ನ ಸಾಮಥ್ಯ}} = \frac{3.14 \times 0.6 \times 0.6 \times 0.95}{1.57 \times 1.44 \times 0.95} = \frac{1.1304}{2.2608} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  ತೊಟ್ಟಿಯ ಸಾಮಥ್ಯವು ಸಂಪ್‌ನ ಸಾಮಥ್ಯದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿದೆ.

**ಉದಾಹರಣೆ 10:** ಒಂದು ತಾವುದ ಸರಳನ ವ್ಯಾಸ 1 cm ಮತ್ತು ಉದ್ದ 8 cm ಇದೆ. ಇದನ್ನು ಒಂದೇ ದಪ್ಪ ಹೊಂದಿರುವ 18 m ಉದ್ದದ ತಂತಿಯಾಗಿ ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ಈ ತಂತಿಯ ದಪ್ಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\text{ಪರಿಹಾರ: ಸರಳನ ಘನಫಲ} = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8 \text{ cm}^3 = 2 \pi \text{ cm}^3$$

ಅದೇ ಘನಫಲವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ  $h = 18 \text{ m} = 1800 \text{ cm}$

ತಂತಿಯ ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯ ' $r$ ' ಎಂದಿರಲಿ, ಅದರ ಘನಫಲ  $= \pi r^2 \times 1800 = 2 \pi$

$$r^2 = \frac{2}{1800} = \frac{1}{900}$$

$$\therefore r = \frac{1}{30} \text{ cm}$$

$\therefore$  ತಂತಿಯ ಅಡ್ಡ ಸೀಳಿಕೆಯ ವ್ಯಾಸ ಅಂದರೆ ತಂತಿಯ ದಪ್ಪವು  $= \frac{1}{15} \text{ cm}$  ಅಂದರೆ 0.67 mm (ಸರಿಸುಮಾರಾಗಿ)

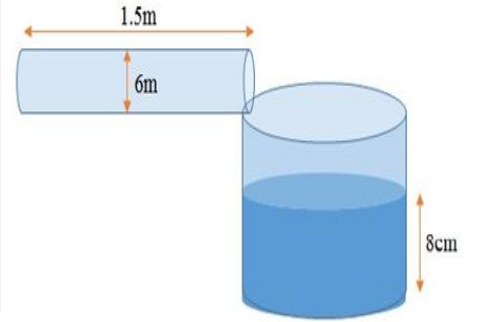
**ಉದಾಹರಣೆ 11:** ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ತುಂಬಿದ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕಾರದ ತೊಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿನ ನೀರನ್ನು ಒಂದು ಕೊಳವೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಪ್ರತಿ ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ  $3\frac{4}{7}$  ಲೀಟರ್‌ನಂತೆ ಖಾಲಿ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ತೊಟ್ಟಿಯ ವ್ಯಾಸ 3 m ಆದರೆ ಅರ್ಧ ತೊಟ್ಟಿಯಷ್ಟು ನೀರನ್ನು ಖಾಲಿ ಮಾಡಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ ಎಷ್ಟು? ( $\pi = \frac{22}{7}$  ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

**ಪರಿಹಾರ:** ಅರ್ಧಗೋಳಾಕಾರದ ತೊಟ್ಟಿಯ (ವ್ಯಾಸ 3 m) ತ್ರಿಜ್ಯ =  $\frac{3}{2}$  m  
ತೊಟ್ಟಿಯ ಘನಫಲ =  $\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{11}{7} \times \frac{9}{2} = \frac{99}{14} \text{ m}^3$   
ಹಾಗೆಯೇ ಖಾಲಿ ಮಾಡಬೇಕಾದ ನೀರಿನ ಘನಫಲ =  $\frac{1}{2} \times \frac{99}{14} = \frac{99}{28} \text{ m}^3$   
=  $\frac{99}{28} \times 1000$  ಲೀಟರ್‌ಗಳು  
=  $\frac{99000}{28}$  ಲೀಟರ್‌ಗಳು  
ಹಾಗಾಗಿ  $\frac{25}{7}$  ಲೀಟರ್ ನೀರು 1 ಸೆಕೆಂಡಿನಲ್ಲಿ ಖಾಲಿಯಾದರೆ,  
 $\frac{99000}{28}$  ಲೀಟರ್ ನೀರು ಖಾಲಿಯಾಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ =  $\frac{99000}{28} \times \frac{7}{25}$  ಸೆಕೆಂಡುಗಳ  
 $\therefore \frac{99000}{28}$  ಲೀಟರ್ ನೀರು ಖಾಲಿಯಾಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ = 16.5 ನಿಮಿಷ

- 12) ಒಂದು ಪಾತ್ರೆಯ ಆಕಾರವು ಟೋಪ್‌ನಿರತ ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಂತೆ ಒಂದು ಪಾದದ ಮೇಲೆ ಟೋಪ್‌ನಿರತ ಅರ್ಧಗೋಳಾಕೃತಿಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿ ಮಾಡಿದೆ. ಅರ್ಧಗೋಳದ ವ್ಯಾಸವು 18 ಸೆಂ ಮೀ ಮತ್ತು ಪಾತ್ರೆಯ ಎತ್ತರ 15 ಸೆಂ ಮೀ ಆದರೆ, ಈ ಪಾತ್ರೆಯ ಒಳ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 13) ಒಂದು ಮಗುವು ಜೇಡಿಮಣ್ಣಿನಿಂದ 5 ಸೆಂ ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಗೋಲಾಕೃತಿಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಮಾಡಿ, ಬಳಿಕ ಅದನ್ನು 14 ಸೆಂ ಮೀ ವ್ಯಾಸದ ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನಲ್ಲಿನ ಮಾದರಿಯಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಿದರೆ ಅದರ ಅಕ್ಷೀಯ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 14) ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಹನಾಳು ಒಂದು ಅಲಂಕಾರಿಕ ವಸ್ತುವನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾಳೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಪಾದವು 8 ಸೆಂ ಮೀ ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲೆ 4.2 ಸೆಂ ಮೀ ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಇರಿಸಿದೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

**ಉದಾಹರಣೆ 15 :** 6 m ಅಗಲ ಮತ್ತು 1.5 m ಅಳತೆ ಇರುವ ಕಾಲುವೆಯಲ್ಲಿ ನೀರು 10 km/h ಜವದಲ್ಲ ಹರಿಯುತ್ತಿದೆ. 8 cm ನೀರು ನಿಲ್ಲುವ ಹಾಗೆ, 30 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಹರಿಯುವ ನೀರಿನಿಂದ ಎಷ್ಟು ಪ್ರದೇಶದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನೀರಾವರಿ ಮಾಡಬಹುದು?

**ಪರಿಹಾರ:** ನೀರಿನ ವೇಗ = 10 km/h  $\Rightarrow 10 \times 1000$  m/h  
ಒಂದು ಗಂಟೆ ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಉದ್ದ  $l = 10 \times 1000$  m  
ಆಯತಾಕಾರದ ಕಾಲುವೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಉದ್ದ  $\times$  ಅಗಲ  
=  $6 \times 1.5 = 9 \text{ m}^2$   
ಒಂದು ಗಂಟೆ ಹರಿದ ನೀರಿನ ಘನಫಲ =  
ಕಾಲುವೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ  $\times$  ಒಂದು ಗಂಟೆ ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಉದ್ದ  
=  $9 \times 10 \times 1000 \text{ m}^3$   
30 ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಹರಿದ ನೀರಿನ ಗಾತ್ರ =  $\frac{9 \times 10 \times 1000}{2} = 45000 \text{ m}^3$   
 $\therefore 8 \text{ cm} = \frac{8}{100} \text{ m}$  ನೀರು ನಿಲ್ಲುವ ಹಾಗೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಬೇಕಾಗುವ ಪ್ರದೇಶ  
=  $\frac{45000}{8} \times 100 = 562500 \text{ m}^2 = 56.25$  ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗಳು. (1 ಹೆಕ್ಟೇರ್ = 10,000 ಘನಮೀಟರ್)  
 $\therefore 30$  ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ 8 cm ನೀರು ನಿಲ್ಲುವ ಹಾಗೆ ಬೇಕಾಗುವ ಪ್ರದೇಶ = 56.25 ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗಳು.



# ಎಲ್ಲಾ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಿಂದ 1 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

## ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು

### I ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

1. 1, -3, -7, -11, ..... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ  
A) -4 B) -2 C) 2 D) 4
2. ಮೊದಲನೇ ಪದ -3 ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3 ಇರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 4 ಪದಗಳು  
A) -3, -6, -9, -12, ..... B) -3, 3, 6, 9, .....  
C) -3, 0, 3, 6, 9, ..... D) -3, 1, 4, 7, 10, .....
3. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ  $a_n = 2n - 1$  ಮತ್ತು  $a_{n+1} = 2n + 1$  ಆದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ  
A) -2 B) 0 C) 1 D) 2
4. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ 131, 125, 119, 113, ..... ಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಮೊದಲ ಋಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪದದ ಸ್ಥಾನ  
A) 21 B) 22 C) 23 D) 24
5. 'a<sub>n</sub>' ನ್ನು ಮುಂದಿನಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಾಗಿದೆ ?  
A) a<sup>n</sup> B) 3 - 4n C)  $\frac{-2}{n-1}$  D) a<sup>2</sup> - 1
6. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ nನೇ ಪದ  $a_n = 4n - n^2$  ಆದರೆ 3ನೇ ಪದ ಮತ್ತು ಮೊದಲನೇ ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ  
A) -3 B) 0 C) 6 D) 9
7. 3x, x + 2 ಮತ್ತು 8 ಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಕ್ರಮಾರ್ಹತ ಪದಗಳಾದರೆ 'x' ಬೆಲೆ  
A) -12 B) -4 C) 4 D) 12
8. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ n - ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ  $S_n = n^2 + n$  ಆದರೆ, ಶ್ರೇಣಿಯ nನೇ ಪಾದ.  
A) (n + 1) B) 2n C) (2n + 1) D) n
9. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು  $S_5 = 35$  ಮತ್ತು  $S_4 = 22$  ಆದರೆ ಅದರ 5ನೇ ಪದ  
A) 35 B) 10 C) 13 D) 22
10. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ  $a_n = 4n^2 - 1$  ಮತ್ತು  $a_n = 35$  ಆದರೆ 'n' ನ ಬೆಲೆ  
A) +3 B) ±3 C) ±6 D) +6

### 1 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

1. ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನೆಯ ಪದ 4 ಆದರೆ ಈ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು?
2. ಮೊದಲ n ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 625 ಆದರೆ n ನ ಬೆಲೆ ಏನು ?

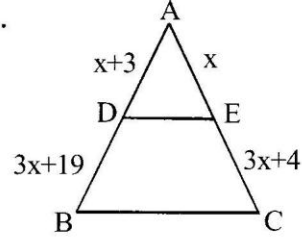
ಉತ್ತರಗಳು: 1A 2C 3D 4C 5B 6B 7B 8B 9C 10A



## ತ್ರಿಭುಜಗಳು

### I ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

1. ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಕರ್ಣ 16 cm ಮತ್ತು 12 cm ಇರುವ ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ  
 ಎ) 8 cm                      ಬಿ) 9 cm                      ಸಿ) 10 cm                      ಡಿ) 20 cm
2.  $\Delta ABC$  ಮತ್ತು  $\Delta DEF$  ಗಳಲ್ಲಿ  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FD}$  ಆಗಿದೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಯಾಗಲು ಅಗತ್ಯವಾದ ನಿಬಂಧನೆ  
 ಎ)  $\angle B = \angle E$                       ಬಿ)  $\angle A = \angle D$                       ಸಿ)  $\angle B = \angle D$                       ಡಿ)  $\angle A = \angle F$
3. D, E, F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $\Delta ABC$  ಬಾಹುಗಳಾದ BC, CA ಮತ್ತು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆ.  $\Delta DEF$  ಮತ್ತು  $\Delta ABC$  ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ.  
 ಎ) 1 : 4                      ಬಿ) 1 : 2                      ಸಿ) 2 : 3                      ಡಿ) 4 : 5
4. ಲಂಬಕೋನ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ  $4\sqrt{2}$  cm ಆದರೆ ವಿಕರ್ಣದ ಉದ್ದ  
 ಎ)  $12\sqrt{2}$  cm                      ಬಿ) 12 cm                      ಸಿ)  $8\sqrt{2}$  cm                      ಡಿ) 8 cm
5. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ 4 : 9 ಆದರೆ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ  
 ಎ) 2 : 3                      ಬಿ) 4 : 9                      ಸಿ) 16 : 81                      ಡಿ) 81 : 16
6.  $\Delta ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $DE \parallel BC$  ಆಗಬೇಕಾದರೆ 'x' ನ ಬೆಲೆ.  
 ಎ) 4                      ಬಿ) 3  
 ಸಿ) 2                      ಡಿ) 1



7. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆಗೆ 24 m ನಡೆದು ನಂತರ ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ 7 m ನಡೆಯುತ್ತಾನೆ. ಆರಂಭ ಸ್ಥಳದಿಂದ ವ್ಯಕ್ತಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ  
 ಎ) 31 m                      ಬಿ) 25 m                      ಸಿ) 17 m                      ಡಿ) 12 m
8. 10 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಜ್ಯಾನ ಉದ್ದ  
 ಎ)  $5\sqrt{2}$  cm                      ಬಿ)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  cm                      ಸಿ)  $10\sqrt{2}$  cm                      ಡಿ)  $10\sqrt{3}$  cm
9. ABC ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ  $AD \perp BC$  ಆದರೆ  $AD^2 =$   
 ಎ)  $\frac{3}{2}DC^2$                       ಬಿ)  $3DC^2$                       ಸಿ)  $2DC^2$                       ಡಿ)  $\frac{1}{2}DC^2$
10.  $\Delta ABC$  ಮತ್ತು  $\Delta PQR$  ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $144 \text{ cm}^2$  ಮತ್ತು  $25 \text{ cm}^2$  ಆಗಿವೆ.  $\Delta ABC$  ಯ ಎತ್ತರ 6 cm ಇದೆ.  $\Delta ABC \sim \Delta PQR$  ಆದರೆ  $\Delta PQR$  ನ ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರ  
 ಎ) 2.5 cm                      ಬಿ) 5 cm                      ಸಿ) 6 cm                      ಡಿ) 12 cm

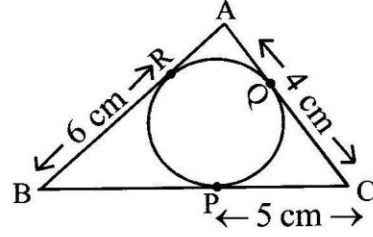
ಉತ್ತರಗಳು: 1) c 2) c 3) a 4) d 5) c 6) c 7) b 8) c 9) b 10) a

## ವೃತ್ತಗಳು

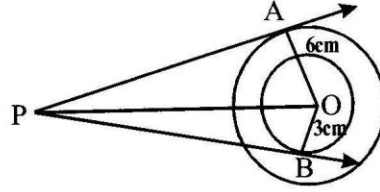
### I ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

1. ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ 'O' ಇರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಗಳಾಗಿವೆ.  $\angle POQ = 110^\circ$  ಆದರೆ  $\angle PTQ$  ಅಳತೆ  
 ಎ)  $60^\circ$                       ಬಿ)  $70^\circ$                       ಸಿ)  $90^\circ$                       ಡಿ)  $110^\circ$

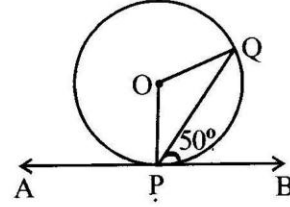
2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $\triangle ABC$  ಯ ಸುತ್ತಳತೆ  
 ಎ) 15 cm                      ಬಿ) 30 cm  
 ಸಿ) 38 cm                      ಡಿ) 45 cm



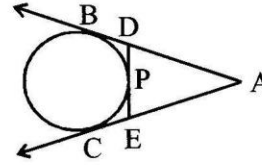
3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AP = 10 cm ಆದರೆ BP =  
 ಎ)  $\sqrt{91}$  cm  
 ಬಿ)  $\sqrt{109}$  cm  
 ಸಿ)  $\sqrt{119}$  cm  
 ಡಿ)  $\sqrt{127}$  cm



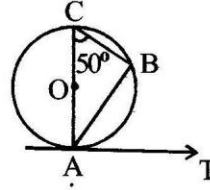
4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ 'P' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ APB ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.  $\angle QPB = 50^\circ$  ಆದರೆ  $\angle POQ$  ಅಳತೆ  
 ಎ)  $100^\circ$                       ಬಿ)  $50^\circ$   
 ಸಿ)  $120^\circ$                       ಡಿ)  $150^\circ$



5. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AB = 8 cm ಮತ್ತು PE = 3 cm ಆದರೆ AE =  
 ಎ) 5 cm                      ಬಿ) 7 cm  
 ಸಿ) 9 cm                      ಡಿ) 11 cm

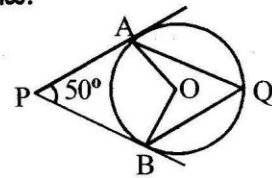


6. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ AOC ವ್ಯಾಸ. AT ಸ್ಪರ್ಶಕ.  
 $\angle ACB = 50^\circ$  ಆದರೆ  $\angle BAT$  ಅಳತೆ  
 ಎ)  $40^\circ$                       ಬಿ)  $50^\circ$   
 ಸಿ)  $60^\circ$                       ಡಿ)  $65^\circ$



7. ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 'a' ಮತ್ತು 'b' ಆಗಿದೆ ( $a > b$ ). ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾವು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗುವಂತೆ ಎಳೆದಿದೆ. ಜ್ಯಾನ ಉದ್ದ  
 ಎ)  $\sqrt{a^2 - b^2}$                       ಬಿ)  $2\sqrt{a^2 - b^2}$                       ಸಿ)  $\sqrt{a^2 + b^2}$                       ಡಿ)  $2\sqrt{a^2 + b^2}$

8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ 'O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ PA ಮತ್ತು PB ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ.  
 $\angle APB = 80^\circ$  ಆದರೆ  $\angle AQB =$   
 ಎ)  $50^\circ$                       ಬಿ)  $60^\circ$   
 ಸಿ)  $80^\circ$                       ಡಿ)  $100^\circ$



ಉತ್ತರಗಳು : 1) b 2) b 3) d 4) c 5) a 6) b 7) b 8) b

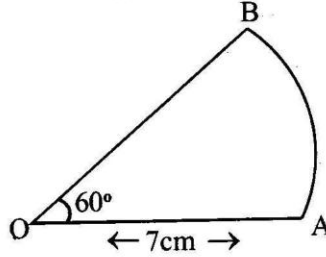
## ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

### I ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

1. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ ಹಾಗೂ ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 37 cm ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು  
 ಎ) 111 cm<sup>2</sup>                      ಬಿ) 148 cm<sup>2</sup>                      ಸಿ) 154 cm<sup>2</sup>                      ಡಿ) 259 cm<sup>2</sup>
2. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿಯು 88 cm ಆಗಿದೆ. ಈ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗುವ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ  
 ಎ)  $7\sqrt{2}$  cm                      ಬಿ) 7 cm                      ಸಿ)  $14\sqrt{2}$  cm                      ಡಿ) 14 cm
3. ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 42 cm ಆದರೆ ಅದರಲ್ಲಿನ ಅಂತಃವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ  
 ಎ)  $22\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>                      ಬಿ) 231 cm<sup>2</sup>                      ಸಿ) 462 cm<sup>2</sup>                      ಡಿ) 924 cm<sup>2</sup>
4. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 220 cm<sup>2</sup>. ಅದರಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗುವ ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು  
 ಎ) 49 cm<sup>2</sup>                      ಬಿ) 70 cm<sup>2</sup>                      ಸಿ) 140 cm<sup>2</sup>                      ಡಿ) 150 cm<sup>2</sup>
5. r ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತದಲ್ಲಿ, ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿಸಬಹುದಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ  
 ಎ) 2r<sup>2</sup>                      ಬಿ) r<sup>2</sup>                      ಸಿ)  $\frac{r^2}{2}$                       ಡಿ) 4r<sup>2</sup>

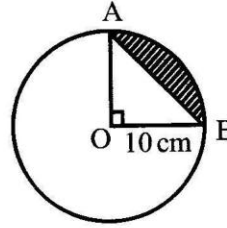
6. OAB ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಸುತ್ತಳತೆ

- ಎ)  $\frac{64}{3}$  cm                      ಬಿ) 26 cm  
 ಸಿ)  $\frac{64}{5}$  cm                      ಡಿ) 19 cm



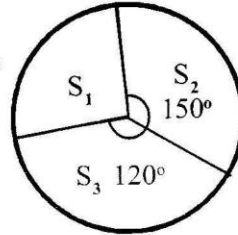
7. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 10 cm ಆದರೆ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

- ಎ)  $25(\pi - 2)$  cm<sup>2</sup>                      ಬಿ)  $25(\pi + 2)$  cm<sup>2</sup>  
 ಸಿ)  $50(\pi - 2)$  cm<sup>2</sup>                      ಡಿ)  $50(\pi + 2)$  cm<sup>2</sup>



8. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ S<sub>1</sub> ಮತ್ತು S<sub>3</sub> ನಡುವಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ

- ಎ) 2 : 5                      ಬಿ) 5 : 3  
 ಸಿ) 3 : 5                      ಡಿ) 5 : 4

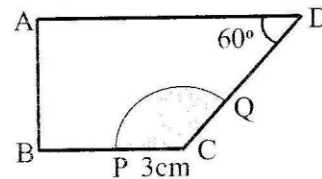


9. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದರ ವೃತ್ತದ  $\frac{5}{18}$  ರಷ್ಟು ಇದೆ. ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನದ ಅಳತೆ

- ಎ) 60°                      ಬಿ) 90°                      ಸಿ) 100°                      ಡಿ) 120°

10. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ವೃತ್ತದ ಭಾಗ

- ಎ)  $3\pi$  cm<sup>2</sup>                      ಬಿ)  $6\pi$  cm<sup>2</sup>  
 ಸಿ)  $9\pi$  cm<sup>2</sup>                      ಡಿ)  $7\pi$  cm<sup>2</sup>





## ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

I ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅಪೂರ್ಣ ಹೇಳಿಕೆಗೆ ನಾಲ್ಕು ಪರ್ಯಾಯ ಆಯ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದುದನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

1. 144ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಗಳಲ್ಲಿ 2ರ ಘಾತಾಂಕ  
 ಎ) 4                                  ಬಿ) 5                                  ಸಿ) 6                                  ಡಿ) 3
2. ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. 2100. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಮ.ಸಾ.ಅ. ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ ?  
 ಎ) 600                                  ಬಿ) 500                                  ಸಿ) 400                                  ಡಿ) 200
3.  $n = 2^3 \times 3^4 \times 5^4 \times 7$  ಆದರೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಸಂಖ್ಯೆ  $n$  ನಲ್ಲಿನ ಅನುಕ್ರಮ ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ  
 ಎ) 2                                  ಬಿ) 3                                  ಸಿ) 4                                  ಡಿ) 5
4. 196ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನದಲ್ಲಿನ ಘಾತಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ  
 ಎ) 2                                  ಬಿ) 4                                  ಸಿ) 7                                  ಡಿ) 14
5.  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಎರಡು ಬೆಸ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು.  $x > y$  ಆದರೆ  $x^2 - y^2$  ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದು  
 ಎ) ಸಮಸಂಖ್ಯೆ                  ಬಿ) ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ                  ಸಿ) ಅವಿಭಾಜ್ಯಸಂಖ್ಯೆ                  ಡಿ) ಸಮ ಅವಿಭಾಜ್ಯಸಂಖ್ಯೆ
6.  $4.\overline{37}$  ಒಂದು  
 ಎ) ಪೂರ್ಣಾಂಕ                  ಬಿ) ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ                  ಸಿ) ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ                  ಡಿ) ಅಭಾಗಲಬ್ಧಸಂಖ್ಯೆ
7.  $n$  ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ,  $7^{2n} - 4^{2n}$  ನ್ನು ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ  
 ಎ) 3                                  ಬಿ) 11                                  ಸಿ) 7 ಮತ್ತು 4                                  ಡಿ) 3 ಮತ್ತು 11
8.  $n$  ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದಾಗ,  $6^n - 5^n$  ಯಾವಾಗಲೂ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು  
 ಎ) 1                                  ಬಿ) 2                                  ಸಿ) 3                                  ಡಿ) 0
9. ಎರಡು ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ. ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು  
 ಎ) ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ                                  ಬಿ) ಸಹ-ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ  
 ಸಿ) ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ                                  ಡಿ) ಸಮವಾಗಿವೆ
10. 95 ಮತ್ತು 152 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ.  
 ಎ) 57                                  ಬಿ) 1                                  ಸಿ) 19                                  ಡಿ) 38

ಉತ್ತರಗಳು : 1)a 2) b 3) b 4)b 5)a 6)b 7)d 8)a 9)d 10)c

## ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

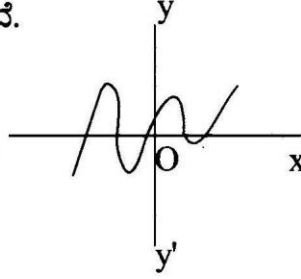
### I ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

1.  $f(x) = 2x + 3x^2 + 5x^4$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಡಿಗ್ರಿ  
 ಎ) 1                                  ಬಿ) 2                                  ಸಿ) 3                                  ಡಿ) 4
2.  $f(x) = x^2 + 8x + 15$  ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು.  
 ಎ) 8, 15                                  ಬಿ) -8, -15                                  ಸಿ) 5, 3                                  ಡಿ) -5, -3
3. 'K' ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ  $f(x) = 2x^2 + x + K$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ 3ನು ಶೂನ್ಯವಾಗಿ ಹೊಂದುತ್ತದೆ ?  
 ಎ) 21                                  ಬಿ) -21                                  ಸಿ) 18                                  ಡಿ) -13
4.  $f(y) = 2y^2 + 7y + 5$ ,  $\alpha, \beta$  ಗಳ  $f(y)$  ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದಾಗ,  $\alpha + \beta + \alpha\beta$  ಬೆಲೆ  
 ಎ) -1                                  ಬಿ) 1                                  ಸಿ)  $\frac{12}{5}$                                   ಡಿ)  $\frac{5}{2}$

5.  $y = f(x)$  ನ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ.

$f(x)$  ನ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

- ಎ) 2                                  ಬಿ) 3  
 ಸಿ) 5                                  ಡಿ) 4

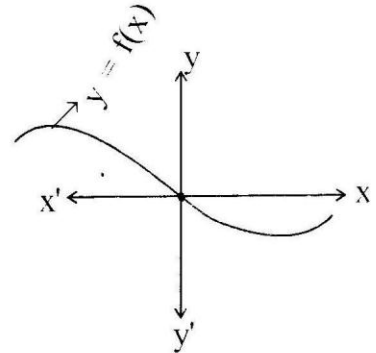


6.  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆ  
 ಎ) 0                                  ಬಿ) 1                                  ಸಿ) 4                                  ಡಿ) -2
7. 3 ಶೂನ್ಯವಾಗಲು  $x^2 - 5x + 4$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗೆ ಸೇರಿಸಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆ  
 ಎ) 2                                  ಬಿ) -2                                  ಸಿ) 0                                  ಡಿ) 3

### II 1 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು.

1.  $x^2 - 3ax + 3a - 7$  ರ ಅಪವರ್ತನ  $x + 1$  ಆದರೆ, a ಬೆಲೆ ಏನು ?
2.  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವೇನು ?
3.  $2x^2 + 3x + 1$  ನ್ನು  $x + 2$  ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವೇನು ?

4. ಇಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ನಕ್ಷೆಯು  $y = f(x)$   
 ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯದ್ದಾಗಿದೆ  $f(x)$  ನ ಶೂನ್ಯತೆ ಎಷ್ಟು ?



5.  $(x^3 - 4x)$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
6. ಭಾಜಕ, ಭಾಜ್ಯ, ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಇವುಗಳ ಸಂಬಂಧದ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
7.  $p(x) = ax + b$  ಯ ಶೂನ್ಯತೆ ಯಾವುದು ?

ಉತ್ತರಗಳು : 1)d 2)d 3)b 4)a 5)c 6)b 7)a

## ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು

### I ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ  $b^2 = 4ac$  ಆದರೆ, ಅದರ ಮೂಲಗಳು  
 ಎ) ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ    ಬಿ) ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ    ಸಿ) ಸಮಿಶ್ರ    ಡಿ) ಸಮಿಶ್ರ ಮತ್ತು ವಾಸ್ತವ
2.  $ax^2 + bx + c = 0$  ನ ಮೂಲಗಳು ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮವಾದರೆ, 'x' ನ ಬೆಲೆ  
 ಎ)  $\frac{-b}{2a}$                       ಬಿ)  $\frac{+b}{2a}$                       ಸಿ)  $\frac{2a}{b}$                       ಡಿ)  $\pm \frac{2a}{b}$
3.  $4\sqrt{3}x^2 + 5x - 2\sqrt{3} = 0$  ಆದರೆ 'x' ನ ಬೆಲೆ  
 ಎ)  $\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{-2}{3}$                       ಬಿ)  $\frac{-\sqrt{3}}{4}, \frac{2}{3}$                       ಸಿ)  $\frac{-4}{\sqrt{3}}, \frac{3}{2}$                       ಡಿ)  $\frac{4}{\sqrt{3}}, -\frac{3}{2}$
4.  $x^2 + kx - 6 = 0$  ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು - 3 ಆದರೆ 'k' ನ ಬೆಲೆ.  
 ಎ) 3                                      ಬಿ) 1                                      ಸಿ) -1                                      ಡಿ) -3
5.  $ax^2 + bx + c = 0$  ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ  $a = c$  ಮತ್ತು ಒಂದು ಮೂಲ 'm' ಆದರೆ ಇನ್ನೊಂದು ಮೂಲ  
 ಎ) m                                      ಬಿ)  $\frac{1}{m}$                                       ಸಿ)  $m^2$                                       ಡಿ)  $\frac{1}{m^2}$
6.  $x^2 - x - 1 = 0$  ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ  
 ಎ) - 5                                      ಬಿ) -3                                      ಸಿ) 5                                      ಡಿ) 3
7.  $ax^2 + bx + c = 0$  ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ  $b = -2\sqrt{ac}$  ಆದರೆ ಆಗ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ  
 ಎ) - 4ac                                      ಬಿ) + 4ac                                      ಸಿ) 0                                      ಡಿ) 1
8.  $x - \frac{1}{x} = 0$  ಆದರೆ 'x' ನ ಬೆಲೆ  
 ಎ) 0                                      ಬಿ) 1                                      ಸಿ)  $\pm 1$                                       ಡಿ)  $\pm 2$
9.  $ax^2 + bx + c = 0$  ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ  $a = b = c$  ಆದರೆ ಆಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು  
 ಎ) ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ    ಬಿ) ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಭಿನ್ನ    ಸಿ) ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮಿಶ್ರ    ಡಿ) ಸಮಿಶ್ರ
10. ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು 3 ಮತ್ತು -2  
 ಎ)  $x^2 - 5x + 6 = 0$     ಬಿ)  $x^2 - x - 6 = 0$     ಸಿ)  $x^2 + 5x + 6 = 0$     ಡಿ)  $x^2 - x + 6 = 0$

### II 1 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1.  $(x + 3)^2 - 3 = 33$  ಆದರೆ 'x' ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2.  $ax^2 - bx + c = 0$  ಯಲ್ಲಿ  $b = 0$  ಆದರೆ 'x' ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರಗಳು : 1)a 2)a 3)a 4)c 5)b 6)c 7)c 8)c 9)d 10)b



## ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ

I ಪ್ರತಿ ಪ್ರಶ್ನೆ/ಅಪೂರ್ಣವಾಕ್ಯಕ್ಕೂ ನಾಲ್ಕು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ ಬರೆಯಿರಿ.

1.  $2 \sin \theta = 1$  ಮತ್ತು  $\theta$  ಲಘುಕೋನವಾದಾಗ,  $\theta$  ಬೆಲೆ  
 ಎ)  $60^\circ$                       ಬಿ)  $30^\circ$                       ಸಿ)  $90^\circ$                       ಡಿ)  $45^\circ$
2.  $\cos A = \frac{3}{5}$  ಆದಾಗ  $\tan A$  ಬೆಲೆ  
 ಎ)  $\frac{3}{4}$                       ಬಿ)  $\frac{4}{5}$                       ಸಿ)  $\frac{5}{4}$                       ಡಿ)  $\frac{4}{3}$
3. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಹೇಳಿಕೆ ಯಾವುದು ?  
 ಎ)  $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$                       ಬಿ)  $1 + \tan^2 60^\circ = 2$   
 ಸಿ)  $1 + \cot^2 60^\circ = \operatorname{cosec}^2 30^\circ$                       ಡಿ)  $1 + \tan^2 60^\circ = \sec^2 30^\circ$
4.  $x = a \sec \theta$ ,  $y = b \tan \theta$  ಆದಾಗ,  $b^2x^2 - a^2y^2$  ನ ಬೆಲೆ  
 ಎ)  $ab$                       ಬಿ)  $a^2 - b^2$                       ಸಿ)  $a^2 b^2$                       ಡಿ)  $a^2 + b^2$
5.  $\cos 30^\circ \sin 45^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ =$   
 ಎ)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$                       ಬಿ)  $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$                       ಸಿ)  $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$                       ಡಿ)  $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$
6. A, B, C ಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಕೋನಗಳಾದಾಗ,  $\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)$  ನ ಬೆಲೆ  
 ಎ)  $\frac{A}{2}$                       ಬಿ) A                      ಸಿ)  $-\sin\left(\frac{A}{2}\right)$                       ಡಿ)  $\cos\left(\frac{A}{2}\right)$
7.  $\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \cos 3^\circ \cdot \cos 4^\circ \dots \dots \dots \cos 179^\circ \cdot \cos 180^\circ$  ಬೆಲೆ  
 ಎ) -1                      ಬಿ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       ಸಿ) 0                      ಡಿ) 1
8.  $\frac{\tan 10^\circ}{\cot 80^\circ}$  ಬೆಲೆ  
 ಎ) 1                      ಬಿ) -1                      ಸಿ) 0                      ಡಿ)  $\sqrt{3}$
9.  $\sec A = \frac{5}{4}$  ಆದಾಗ  $\frac{1 - \tan A}{1 + \tan A}$  ಬೆಲೆ  
 ಎ)  $\frac{2}{3}$                       ಬಿ)  $\frac{1}{7}$                       ಸಿ)  $\frac{-1}{7}$                       ಡಿ)  $\frac{-2}{3}$
10.  $\cos^2 17^\circ - \sin^2 73^\circ$  ಯ ಬೆಲೆ  
 ಎ) 0                      ಬಿ) 1                      ಸಿ)  $\frac{1}{2}$                       ಡಿ) -1

ಉತ್ತರಗಳು : 1)b 2)d 3)a 4)c 5)b 6)d 7)c 8)a 9)b 10)a

## ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನ್ವಯಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

### I ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. 6 m ಎತ್ತರದ ಒಂದು ಕಂಬವು  $2\sqrt{3}$  m ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದರೆ ಸೂರ್ಯನ ದಿಕ್ಕಿನ ಉನ್ನತ ಕೋನ.
 

ಎ)  $45^\circ$                       ಬಿ)  $60^\circ$                       ಸಿ)  $30^\circ$                       ಡಿ)  $90^\circ$
2. ಒಂದು ಗೋಪುರದ ತುದಿಯ ಉನ್ನತ ಕೋನವು (ಅದರ ಪಾದದಿಂದ 500 m ದೂರದಲ್ಲಿ)  $30^\circ$  ಆಗಿದೆ. ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ.
 

ಎ) 500 m                      ಬಿ)  $500\sqrt{3}$  m                      ಸಿ)  $\frac{500}{\sqrt{3}}$  m                      ಡಿ) 250 m
3. ಒಂದು ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ಅದರ ಪಾದದಿಂದ 100 m ದೂರದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಉನ್ನತ ಕೋನ ' $\alpha$ ' ಮತ್ತು ಅದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 200 m ದೂರದಲ್ಲಿ ನೋಡಿದಾಗ ಉನ್ನತಕೋನ ' $\beta$ ' ಆದಾಗ  $\alpha$  ಮತ್ತು  $\beta$  ಗಳ ಸಂಬಂಧ
 

ಎ)  $\alpha = \beta$                       ಬಿ)  $\alpha > \beta$                       ಸಿ)  $\alpha < \beta$                       ಡಿ)  $\alpha + \beta = 180^\circ$
4.  $h_1$  ಮತ್ತು  $h_2$  ಎತ್ತರವಿರುವ ಎರಡು ಗೋಪುರಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಪಾದಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನೋಡಿದಾಗ ಉನ್ನತ ಕೋನಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ  $30^\circ$  ಮತ್ತು  $60^\circ$  ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ  $\frac{h_1}{h_2} =$ 

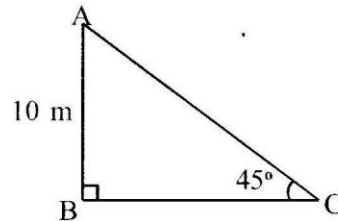
ಎ)  $\frac{3}{1}$                       ಬಿ)  $\frac{1}{3}$                       ಸಿ)  $\frac{\sqrt{3}}{1}$                       ಡಿ)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
5. 16 m ಮತ್ತು 10 m ಎತ್ತರವಿರುವ ಎರಡು ಕಂಬಗಳ ತುದಿಗಳನ್ನು ಒಂದು ತಂತಿಯಿಂದ ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ತಂತಿಯ  $30^\circ$  ಕೋನವನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಿದರೆ, ತಂತಿಯ ಉದ್ದ
 

ಎ) 26 m                      ಬಿ) 16 m                      ಸಿ) 12 m                      ಡಿ) 10 m
6. ಒಂದು ಏಣಿಯನ್ನು ನೆಲಕ್ಕೆ  $60^\circ$  ಇರುವಂತೆ ಗೋಡೆಗೆ ನಿಲ್ಲಿಸಲಾಗಿದೆ. ಏಣಿಯು ಗೋಡೆಯಿಂದ 2 m ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಏಣಿಯ ಉದ್ದ
 

ಎ)  $2\sqrt{2}$  m                      ಬಿ)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  m                      ಸಿ)  $2\sqrt{3}$  m                      ಡಿ) 4 m

### H 1 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. 90 m ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ಏಣಿಯನ್ನು ನೆಲದಿಂದ 45 m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಗೆ ನಿಲ್ಲಿಸಲಾಗಿದೆ, ಏಣಿಯು ಕ್ಷಿತಿಜದೊಂದಿಗೆ ಉಂಟುಮಾಡಿದ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ  $\overline{BC}$  ಯ ಚಲೆ ಏನು ?



3. 150 m ಎತ್ತರದ ಕಟ್ಟಡದಿಂದ ಒಂದು ವಾಹನವನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಅವನತ ಕೋನವು  $30^\circ$  ಆದರೆ, ಕಟ್ಟಡದಿಂದ ವಾಹನಕ್ಕಿರುವ ದೂರ ಎಷ್ಟು ?

ಉತ್ತರಗಳು: 1)b 2)c 3)b 4)b 5)c 6)d

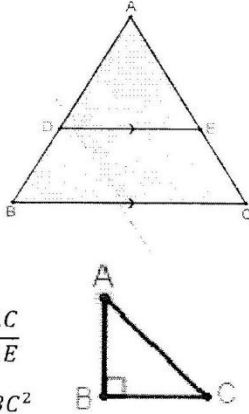
# ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿನ ಸೂತ್ರಗಳು

## 1. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿ

- 1) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ನಾನಾನ್ಯ ರಾಶಿ  
 $a, a + d, a + 2d, a + 3d \dots \dots \dots a + (n - 1)d$ .
- 2) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ  $n$  ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ :  
 $a_n = a + (n-1)d$
- 3) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ  $n$  ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ :  
 $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$
- 4) ಮೊದಲ  $n$  ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ :  
 $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

## 2. ತ್ರಿಭುಜಗಳು

- ಥೇಲ್ಮ ಪ್ರಮೇಯ ದ ಪ್ರಕಾರ  
 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
  - ಉಪಪ್ರಮೇಯ-1 ರ ಪ್ರಕಾರ  
 $\frac{AB}{DB} = \frac{AC}{EC}$
  - ಉಪಪ್ರಮೇಯ-2 ರ ಪ್ರಕಾರ  
 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$
  - ಉಪಪ್ರಮೇಯ-3 ರ ಪ್ರಕಾರ  
 $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$
- ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ :  
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$



## 3. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಣೆ

- ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ  
 $a_1x + b_1y + c_1 = 0, \quad a_2x + b_2y + c_2 = 0$

ಅನುಪಾತಗಳ ಹೋಲಿಕೆ	ನಕ್ಷೆಯ ಪ್ರಯಾಸ	ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಮೀಕರಣದ ಸ್ಥಿರತೆ
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಭೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು	ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರ (ಅನ್ಯ)	ಸ್ಥಿರ ಸಮೀಕರಣ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಏಕೈಕ ರೇಖೆ	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರ (ಅನಂತ)	ಅನಲಂಪಿತ ಸ್ಥಿರ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ	ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಣೆಯನ್ನು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹರಿಸುವುದು

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

## 4. ವ್ಯುತ್ಕರಣ

- ವ್ಯುತ್ಕರಣ ಮೇಲನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಎಳೆದ ಸ್ವರ್ಣಕವು ಸ್ವರ್ಣಜನುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಜನುವಿನಿಂದ ವ್ಯುತ್ಕರಣ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ವರ್ಣಕಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ.
- ವ್ಯುತ್ಕರಣ ಮೇಲನ ಒಂದು ಜನುವಿನಲ್ಲಿ ವ್ಯುತ್ಕರಣ ಒಂದು ಸ್ವರ್ಣಕ, ಬಾಹ್ಯಜನುವಿನಿಂದ 2 ಸ್ವರ್ಣಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

## 5. ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

- ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ,  $C = 2\pi r$
- ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ,  $A = \pi r^2$
- $\theta$  ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ಕಂಪನ ಉದ್ದ =  
 $\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$
- $\theta$  ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ =  
 $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

## 7. ನಿರ್ದೇಶನ ರೇಖಾಚಿತ್ರ

- ಎರಡು ಅಂಶಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ,  
 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- ಮೂಲ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಅಂಶದ ನಡುವಿನ ದೂರ,  $d = \sqrt{x^2 + y^2}$
- ಛೇದ ಶ್ರಮಣ ಸೂತ್ರ,  
 $p(x, y) = \left[ \frac{m_2x_2 + m_1x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_2y_2 + m_1y_1}{m_1 + m_2} \right]$
- ಮಧ್ಯಾಂಶ ಸೂತ್ರ,  $p(x, y) = \left[ \frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2} \right]$
- ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ  
 $\Delta = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

## 8. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

- ಯುಕ್ತರನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ  
 $a = (b \times q) + r$   
 ಭಾಜ್ಯ = (ಭಾಜಕ  $\times$  ಭಾಗಲಬ್ಧ) + ಶೇಷ
- $(a, b)$  ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ  $\times (a, b)$  ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ =  $a \times b$

## 9. ಐವುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

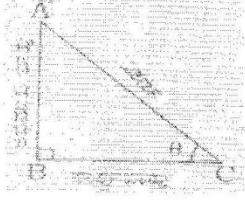
- $ax^2 + bx + c, a \neq 0$  ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಪುನರ್ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು  $\alpha$  ಮತ್ತು  $\beta$  ಆದರೆ,
- ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ :  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
  - ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ :  $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
- $ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$  ಷನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಪುನರ್ವ್ಯಕ್ತಿಗಳು  $\alpha, \beta$  ಮತ್ತು  $\gamma$  ಆದರೆ,
- ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ :  $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$
  - 2 ಅನುಕ್ರಮ ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಮೊತ್ತ :  
 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$
  - ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ :  $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$
- ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಯುಕ್ತರನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ (ಕ್ರಮವಿಧಿ)  
 $p(x) = [g(x) \times q(x)] + r(x)$   
 ಭಾಜ್ಯ = (ಭಾಜಕ  $\times$  ಭಾಗಲಬ್ಧ) + ಶೇಷ

## 10. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ :  $ax^2 + bx + c = 0$
- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ :  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- ಕೋಧಕ :  $\Delta = b^2 - 4ac$
- ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ  
 $\Delta = 0$  ಅದಾಗ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ  
 $\Delta > 0$  ಅದಾಗ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ  
 $\Delta < 0$  ಅದಾಗ ಉಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು



11. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ



ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಹೆಸರು	ಅನುಪಾತ	ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಹೆಸರು	ಅನುಪಾತ
$\sin \theta$	$\frac{AB}{AC} = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\cot \theta$	$\frac{BC}{AB} = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$
$\cos \theta$	$\frac{BC}{AC} = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\sec \theta$	$\frac{AC}{BC} = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$
$\tan \theta$	$\frac{AB}{BC} = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$	$\text{cosec } \theta$	$\frac{AC}{AB} = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$

➤ ಋಜು ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
$\cot \theta$	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
$\text{cosec } \theta$	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

➤ ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಗಳು

- 1)  $\sin \theta = \frac{1}{\text{cosec } \theta}$ , 2)  $\cos \theta = \frac{1}{\text{sec } \theta}$ , 3)  $\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$   
 4)  $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$ , 5)  $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ , 6)  $\text{cosec } \theta = \frac{1}{\sin \theta}$   
 7)  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ , 8)  $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

➤  $\theta$  ಮತ್ತು ಅದರ ಸುರಕ ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

- $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$        $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$
- $\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$        $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$
- $\sec(90^\circ - \theta) = \text{cosec } \theta$        $\text{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$

➤ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

- 1)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$   
 $\Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$   
 2)  $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta \Rightarrow \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$   
 $\Rightarrow \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$   
 3)  $1 + \cot^2 \theta = \text{cosec}^2 \theta \Rightarrow \cot^2 \theta = \text{cosec}^2 \theta - 1$   
 $\Rightarrow \text{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$

12. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು

$$\tan \theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$$

13. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

➤ ನರೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರಗಳು

ವಿಧಾನ	ನರೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶ
ನೇರ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$
ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = a + h \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right)$

➤ ನರೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕ (ರಾಫಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

$$\text{ಬಹುಲಕ} = l + \left[ \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$$

➤ ನರೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ

$$\text{ಮಧ್ಯಾಂಕ} = l + \left[ \frac{\frac{n}{2} - cf}{h} \right] \times h$$

14. ಸಂಭವನೀಯತೆ

➤ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ =  $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

➤ ಖಚಿತ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = 1

➤ ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = 0

➤ ಪರಸ್ಪರ ಸಾರಕ ಘಟನೆಗಳು  $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

15. ಘನಗಳ ಗಣಿತ

ಘನಾಕೃತಿ	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂ. ಮೇ.ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r(r+h)$	$\pi r^2 h$
ಶಂಕು	$\pi rl$	$\pi r(r+l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
ಶಂಕುವಿನ ಉನ್ನತ	$\pi(r_1 + r_2)l$	$\pi(r_1 + r_2)l + \pi(r_1^2 + r_2^2)$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$
ಗೋಳ	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$

ಕೆಲವು ಉಪಯುಕ್ತ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

## ಎಸ್ ಎಸ್ ಎಲ್ ಸಿ ಮಾದರಿ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆ-1

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಪೂರ್ಣ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿಗೆ ನಾಲ್ಕು ಪರ್ಯಾಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸೂಕ್ತವಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಕ್ರಮಾಕ್ಷರದೊಡನೆ ಪೂರ್ಣ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. 1X8=8

1. ತ್ರಿಭುಜ ABCಯಲ್ಲಿ DE||BC ಆದರೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಹೊಂದುವ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ
 

A) $\frac{AE}{EC} = \frac{AE}{AC}$	B) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	C) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{EC}$	D) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$
------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------
2. 10 ಸೆಂ ಮೀ ಮತ್ತು 4 ಸೆಂ ಮೀ ವ್ಯಾಸವುಳ್ಳ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿದಾಗ ಅವುಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ
 

A) 6 ಸೆಂ ಮೀ	B) 7 ಸೆಂ ಮೀ	C) 14 ಸೆಂ ಮೀ	D) 3 ಸೆಂ ಮೀ
-------------	-------------	--------------	-------------
3. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಾಂಖ್ಯಿಕವಾಗಿ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು
 

A) 2 ಮಾನಗಳು	B) 4 ಮಾನಗಳು	C) 7 ಮಾನಗಳು	D) 9 ಮಾನಗಳು
-------------	-------------	-------------	-------------
4. ಮೂಲಬಿಂದು ಮತ್ತು (4,-3) ಬಿಂದುವಿನ ನಡುವಿನ ದೂರವು
 

A) 1 ಮಾನ	B) 5 ಮಾನಗಳು	C) 7 ಮಾನಗಳು	D) 12 ಮಾನಗಳು
----------	-------------	-------------	--------------
5. 210ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಹೀಗೆ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.
 

A) $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$	B) $2 \times 3 \times 5 \times 7$	C) $2 \times 3^2 \times 7$	D) $2 \times 5 \times 7^2$
-------------------------------------	-----------------------------------	----------------------------	----------------------------
6.  $3x^2 - 2x - 8$  ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ
 

A) $\frac{2}{3}$	B) $-\frac{8}{3}$	C) $-\frac{2}{3}$	D) $\frac{3}{2}$
------------------	-------------------	-------------------	------------------
7.  $X^2 - X = 0$  ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು
 

A) 0,1	B) 0, 0	C) 1, 1	D) -1, -1
--------	---------	---------	-----------
8.  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  ಆದಾಗ  $\csc \theta$  ದ ಬೆಲೆಯು
 

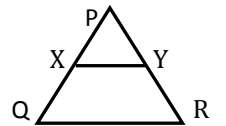
A) $\frac{4}{5}$	B) $\frac{5}{3}$	C) $\frac{4}{3}$	D) $\frac{5}{4}$
------------------	------------------	------------------	------------------

2. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ. 1X6=6

9. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೇ ಪದ a ಹಾಗೂ ಕೊನೆಯ ಪದ l ಆದಾಗ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.
10. ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.
11. 12 ಮತ್ತು 18 ರ ಮನಾಉ ವು 6 ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಲನಾಉ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
12.  $3x - 5x^4 + 6$  ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಗರಿಷ್ಠ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
13. ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಬರೆಯಿರಿ.
14. ಒಂದು ಸಿಂಧುರದ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

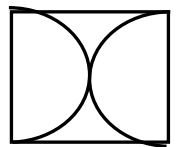
3. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ. 2X16=32

15. 20 ರಿಂದ 100 ರವರೆಗಿನ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ 4 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
16. ತ್ರಿಭುಜ PQRನಲ್ಲಿ  $XY \parallel QR$ ,  $\frac{PX}{XQ} = \frac{2}{3}$  PR=18 ಸೆಂಮೀ ಆದರೆ PY ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



17.  $x+y=15$  ಮತ್ತು  $x-y=3$  ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

18.  $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$  ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೇ ಅಥವಾ ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. i)  $3x + 2y = 5$  ii)  $2x - 3y = 7$



19. ABCD ಚೌಕದಲ್ಲಿ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 14 ಸೆಂಮೀ, APD ಮತ್ತು BPCಗಳು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳಾದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20. 3ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಿಂದ 5ಸೆಂಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

21. A(x, y) ಬಿಂದುವು (5, 3) ಮತ್ತು (-2, 6) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



22. (-1, 7) ಮತ್ತು (4, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು 2 : 3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅಥವಾ  
(2,3)(-1,0)& (2,-4) ಜಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
23.  $2 + \sqrt{5}$  ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
24.  $X^2-2x-8$ ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
25.  $(x^2 + 3x^3 + 2x + 5)$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು  $(2x + 1 + x^2)$  ಲಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
26.  $X^2+4x+2=0$  ಈ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
27.  $2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$  ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

$$\cot \theta = \frac{7}{8} \text{ ಆದರೆ } \frac{(1+\sin \theta)(1-\sin \theta)}{(1+\cos \theta)(1-\cos \theta)} \text{ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.}$$

28.  $(1-\sin^2 \theta) \sec^2 \theta = 1$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
29. ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 20 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಿರುವ 20 ಬಿಲ್ಲುಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಬಿಲ್ಲನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದರೆ a) 2 ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆ, b) ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಗುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
30. ಒಂದು ನೀರಿನ ಲೋಟವು ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಎತ್ತರ 7 ಸೆಂಮೀ ಪಾದದ ತ್ರಿಜ್ಯ 3 ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು 6 ಸೆಂಮೀ ಇದ್ದರೆ ಲೋಟದ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

#### 4. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

3X6=18

31. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 4ನೇ ಮತ್ತು 6 ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 0 ಆಗಿದ್ದು, 6ನೇ ಮತ್ತು 9ನೇ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 36 ಆದರೆ 5 ನೇ ಪದವು 0 ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಥವಾ

ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಮೊದಲ ಹಾಗೂ 4ನೇ ಕೋನ ಮತ್ತು 2ನೇ ಮತ್ತು 3ನೇ ಕೋನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅನುಪಾತವು 27:28 ಆದರೆ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

32. ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಥವಾ

ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 5 ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು 3ಸೆಂಮೀ ಆದರೆ ಚಿಕ್ಕವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವ ದೊಡ್ಡವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಅಳತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33.  $XY=4$  ಸೆಂಮೀ,  $XZ=5$  ಸೆಂಮೀ ಮತ್ತು  $Y=50^\circ$  ಇರುವಂತೆ XYZ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ ಅದರ ಬಾಹುಗಳ  $\frac{5}{3}$  ರ ಅನುಪಾತದ ಅಳತೆ ಹೊಂದಿರುವ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜ ರಚಿಸಿ.
34. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಎತ್ತರವು ಪಾದಕ್ಕಿಂತ 7 ಸೆಂಮೀ ಕಡಿಮೆ ಇದೆ. ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 13 ಸೆಂಮೀ ಆದರೆ ಉಳಿದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

ಒಬ್ಬ ಶಿಕ್ಷಕಿಯು 100 ರೂಪಾಯಿಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿ ಹಂಚಿದಳು, ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ 8 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ಒಂದು ರೂಪಾಯಿ ಕಡಿಮೆ ಪಡೆದು ಕೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದರು. ಹಾಗಾದರೆ ಮಕ್ಕಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಯಸ್ಸು ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
ರೋಗಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	7	12	22	24	15

ಅಥವಾ

ಈ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉದ್ದ ಮಿ.ಮೀ.ಗಳಲ್ಲಿ	118-126	127-135	136-144	145-153	154-162	163-171	172-180
ಎಲೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	3	5	9	12	5	4	2

36. ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಜೋಳದ ಇಳುವರಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದ ವಿವರಣೆಯಂತೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ವಿತರಣೆಯನ್ನಾಗಿ ಬದಲಿಸಿ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

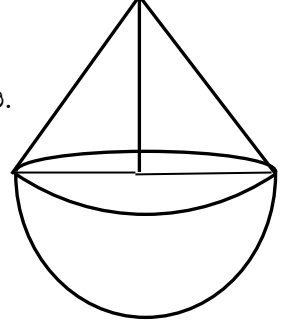
ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
-----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	8	12	24	38	16
--------------	---	---	----	----	----	----

5. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

4X4=16

37. ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
38.  $x+y=6$ ,  $x-y=2$  ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.
39. ಸಮುದ್ರಮಟ್ಟದಿಂದ 75 ಮೀ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ದೀಪಸ್ತಂಭದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಅವನತ ಕೋನಗಳು  $30^\circ$  ಮತ್ತು  $45^\circ$ . ಪರಸ್ಪರ ದೀಪಸ್ತಂಭದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹಡಗಿನ ಹಿಂದೆ ಇನ್ನೊಂದು ಇದ್ದರೆ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
40. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ರೀತಿಯ ಆಟಿಕೆಯನ್ನು ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ 6ಸೆಮೀ ಮತ್ತು ಗೋಳದ ವ್ಯಾಸ 4 ಸೆಮೀ ಇರುವಾಗ
- a) ಆಟಿಕೆಯ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- b) ಶಂಕು ಮತ್ತು ಅರ್ಧಗೋಳಗಳ ಘನಫಲಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಅಥವಾ

ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪಾದವನ್ನು ಶಂಕು ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಆವರಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಡೇರೆಯು ಇದೆ. ಸಿಲಿಂಡರ್‌ನ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ವ್ಯಾಸ ಕ್ರಮವಾಗಿ 2.1ಮೀ ಮತ್ತು 4ಮೀ ಇವೆ. ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಓರೆ ಎತ್ತರ 2.8 ಮೀ ಆದರೆ ಡೇರೆಯನ್ನು ನಿರ್ಮಿಸಲು ಬಳಸಿದ ತಾಡಪತ್ರಿ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಮತ್ತು ತಾಡಪತ್ರಿಯ ದರವು ಪ್ರತಿ ಚದರ ಕಿ.ಮೀಗೆ 300 ರೂ ಆದರೆ ಅದಕ್ಕಾಗುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

## ಎಸ್ ಎಸ್ ಎಲ್ ಸಿ ಮಾದಲಿ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆ-2

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಪೂರ್ಣ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿಗೆ ನಾಲ್ಕು ಪರ್ಯಾಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸೂಕ್ತವಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಕ್ರಮಾಕ್ಷರದೊಡನೆ ಪೂರ್ಣ ಉತ್ತರವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. 1X8=8

- 1)  $f(x) = x^2 - 3x - 4$  ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆ  
 A) 3                      B) 2                      C) -4                      D) 4
- 2) 52 ಮತ್ತು 182 ರ ಮ ನಾ ಅ 26 ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ಲ ನಾ ಅ  
 A) 182                      B) 364                      C) 52                      D) 546
- 3)  $\sin^2 45^\circ$  ಯ ಬೆಲೆ  
 A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$                       B)  $\frac{1}{4}$                       C)  $\frac{1}{2}$                       D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 4) ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.  
 A) 0.75                      B) 1.5                      C) 125%                      D)  $\frac{5}{2}$
- 5) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ A(6, 4) ಮತ್ತು B (3, 5) ಆದರೆ ರೇಖೆ AB ನ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ  
 A)  $\sqrt{15}$                       B)  $\sqrt{11}$                       C)  $\sqrt{10}$                       D)  $\sqrt{20}$
- 6)  $4x^2 - 12x + 9$  ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದಲ್ಲ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವು  
 A) ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ. B) ಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು C) ವಾಸ್ತವವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ D) ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿಲ್ಲ
- 7) ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ ಅದರ ಆಕಾರವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಅದರಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಬದಲಾವಣೆ ಆಗದೇ ಇರುವುದು  
 A) ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ. B) ಸುತ್ತಳತೆ C) ಘನಫಲ D) ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.
- 8) ಒಂದು ಮರದ ನೆರಳು ಅದರ ಉದ್ದದ  $\sqrt{3}$  ರಷ್ಟಿದೆ. ಆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಸೂರ್ಯನ ಉನ್ನತ ಕೋನ  
 A)  $60^\circ$                       B)  $45^\circ$                       C)  $90^\circ$                       D)  $30^\circ$

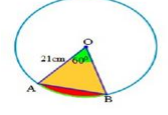
2. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ. 1X6=6

- 9) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲ ಮೂಲಗಳ ಶೋಧಕವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- 10) 15 ಮತ್ತು 25 ರ ಮನಾಅ ವು 5 ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಲನಾಅ ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 11)  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  ಆದಾಗ  $1 - \cos^2 \theta$  ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 12) ಘನಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಅದರ್ಶರೂಪ ಬರೆಯಿರಿ.
- 13) ಸಮ ಪಾದವುಳ್ಳ ಒಂದು ಶಂಕು ಮತ್ತು ಸಿಂಧರಗಳಲ್ಲಿ ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ 300 ಘ ಸೆಂ ಮೀ ಆದರೆ ಸಿಂಧರನ ಘನಫಲ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 14) ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಚಂದ್ರನಿಂದ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

3. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ. 2X16=32

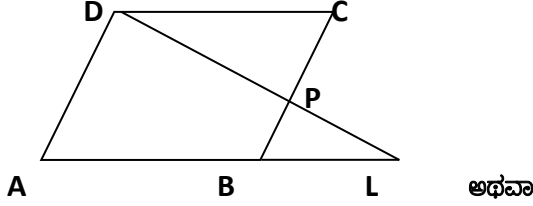
- 15)  $p(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 6$  ಮತ್ತು  $g(x)=x-3$  ಆದಾಗ  $p(x)$ ನ್ನು  $g(x)$  ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷ ನೋಡು ಅದರ a ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ                      ಅಥವಾ  
 $(x^3 + 5x^2 + 5x + 8)$  ಲಿಂದ ಎಷ್ಟನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು  $(x^2 + 3x - 2)$  ಲಿಂದ ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ?
- 16)  $x^2 - 2x + 3 = 0$  ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
- 17) 3.5 ಸೆಂಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ  $70^\circ$  ಇರುವಂತೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- 18)  $5 - \sqrt{3}$  ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
- 19)  $3+7+11+\dots$  ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 25 ಪದಗಳವರಲಿನ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 20) ಒಂದು ತಾವುದ ಸರಳನ ವ್ಯಾಸ 1 cm ಮತ್ತು ಉದ್ದ 8 cm ಇದೆ. ಇದನ್ನು ಒಂದೇ ದಪ್ಪ ಹೊಂದಿರುವ 18 m ಉದ್ದದ ತಂತಿಯಾಗಿ ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. ಈ ತಂತಿಯ ದಪ್ಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) 21 ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಂಸವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ  $60^\circ$  ಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



24) AB ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ (2,-3) ಮತ್ತು B ಯು (1,4) ಆದರೆ O ಜಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ P ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ BCಯ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದು. DP ಮತ್ತು AB ರೇಖೆಯನ್ನು L ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುವಂತೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. DP:PL=DC:BL ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ  $AC \parallel BD$  ಕರ್ಣಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.  $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{OD}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

26) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ  $\sqrt{3}$  ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ  $\frac{1}{3}$  ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

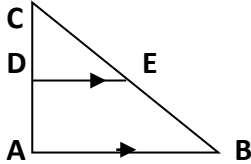
27)  $\frac{1-\sin \theta}{1+\sin \theta} = (\sec \theta - \tan \theta)^2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

28) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20
ಆವೃತ್ತಿ	4	5	12	5	4

29) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಸಲ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

30) ಕೋಣ್ಣಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ  $DE \parallel AB$   $AD=7$  ಸೆಂ ಮೀ  $CD= 5$  ಸೆಂ ಮೀ ಮತ್ತು  $BC= 18$  ಸೆಂ ಮೀ ಆಗಿವೆ CE ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



4. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

3X6=18

31) ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಥವಾ

O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ AC ಮತ್ತು AB ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ABOC ಒಂದು ಚಕ್ರೀಯ ಚತುರ್ಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

32) ABCD ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಲ್ಲಿ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.  $4AB^2 = AC^2 + BD^2$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಅಥವಾ

$\triangle ABC$  ಯಲ್ಲಿ  $CD \perp AB$ ,  $CA=2AD$  ಮತ್ತು  $BD=3AD$  ಆಗಿದ್ದರೆ,  $\angle BCA = 90^\circ$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

33) 60 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 60 cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನಿಲನದ ತುಂಬದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಚ್ಚಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 60cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು 180cm ಆದರೆ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನಿಲನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿ ಮತ್ತು ಒಂದು ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಹನಾಳು ಒಂದು ಅಲಂಕಾರಿಕ ವಸ್ತುವನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾಳೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಪಾದವು 8 ಸೆಂ ಮೀ ಬಾಹುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗ ಘನಾಕೃತಿಯಾಗಿದೆ. ಅದರ ಮೇಲೆ 4.2 ಸೆಂ ಮೀ ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಇಲಿಸದೆ. ವಸ್ತುವಿನ ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

34)  $BC = 6 \text{ cm}$ ,  $AB = 5 \text{ cm}$  ಮತ್ತು  $\angle C = 60^\circ$  ಇರುವಂತೆ  $\triangle ABC$  ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ  $ABC$  ಯ ಅನುರೂಪಬಾಹುಗಳ  $\frac{3}{4}$  ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

35) ಇಬ್ಬರು ಮಹಿಳೆಯರು 5 ಪುರುಷರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಕಸೂತಿ ಕಾರ್ಯವನ್ನು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು ಮೂರು ಮಹಿಳೆಯರು ಮತ್ತು 6 ಪುರುಷರು ಇದನ್ನು 3 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಲ್ಲರು. ಒಬ್ಬ ಮಹಿಳೆ ಮಾತ್ರ ಈ ಕೆಲಸ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 5 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ, ಅಗಲವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 9 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಉದ್ದವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 67 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ (ಓಜೀವ್) ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
ಆವೃತ್ತಿ	2	8	12	24	38	16

5. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

4X4=16

37) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ 12ನೇ ಪದವು -13 ಮತ್ತು ಮೊದಲ 4 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು 24 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ, ಮೂರನೇ ಹಾಗೂ 5ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 39 ಮತ್ತು 2ನೇ, 4ನೇ ಹಾಗೂ 6ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 51 ಆದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 10ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

38) ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನಿಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

39)  $2x+y = 6$ ,  $3x-y = 4$  ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.

40)  $h$  ಮೀ ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ಸ್ತಂಭದ ಬುಡದಿಂದ ಒಂದೇ ಭಾಗದ ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ  $a$  ಮೀ ಮತ್ತು  $b$  ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿಯೆ ಎರಡು ಪ್ರತ್ಯೇಕ ಜಂಜಿರದ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನವು ಎರಡು ಸಂಧರ್ಭದಲ್ಲೂ ಪೂರಕ ಕೋನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ. ಸ್ತಂಭದ ಎತ್ತರವು  $\sqrt{ab}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ವಿಷಯಕ್ಕೆ (ಘಟಕವಾರು ) ನೀಡಿರುವ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆ

ಕ್ರ ಸಂ	ಅಧ್ಯಾಯಗಳು	ಅಂಕಗಳ ಹಂಚಿಕೆ	ನಿಗದಿಪಡಿಸಿದ ಅಂಕಗಳು
1*	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು	1+2+3 ಅಥವಾ 1+1+4 ಅಥವಾ 2+4	06
2*	ತ್ರಿಭುಜಗಳು	1+3+4 ಅಥವಾ 2+2+4 ಅಥವಾ 1+1+2+4	08
3*	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು	1+3+4 ಅಥವಾ 2+2+4 ಅಥವಾ 1+1+2+4	08
4*	ವೃತ್ತಗಳು	1+3	04
5	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಖ್ಯಾತಿಗಳು	1+2 ಅಥವಾ 3	03
6	ರಚನೆಗಳು	2+3	05
7*	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	1+2+2 ಅಥವಾ 2+3	05
8*	ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	1+1+2 ಅಥವಾ 2+2	04
9*	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	1+2+3 ಅಥವಾ 1+1+2+2	06
10*	ವರ್ಗನಮೀಕರಣಗಳು	1+2+3 ಅಥವಾ 1+1+2+2	06
11*	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	1+3 ಅಥವಾ 2+2	04
12	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	1+4 ಅಥವಾ 2+3	05
13*	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	1+2+3 ಅಥವಾ 3+3	06
14	ಸಂಭವನೀಯತೆ	1+2	03
15*	ಮೇಲ್ಮೈ ಖ್ಯಾತಿಗಳು & ಫಲನ	1+2+4 ಅಥವಾ 1+1+2+3	07
TOTAL			80