

STATISTICS

شماریات

یہاں جھوٹ، سفید جھوٹ اور شماریات ہیں۔ ڈزرائیلی

✓ اہم نکات:-

مرکزی میلان مشاہدات کا کسی خاص قیمت کے اطراف مرتکز ہونے کا میلان ہے۔ درمیانہ / میانہ / اوسط (Mean)

، وسطانیہ (Median)، اور کثیر یہ (Mode) مرکزی رجحان کی پیمائشات ہیں۔

✓ مشاہدات کا درمیانہ (یا اوسط):- تمام مشاہدات کے حاصل جمع کو مشاہدات کی کل تعداد سے تقسیم کرنے پر حاصل ہوتا ہے۔

$$\bar{X} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$$\bar{X} \Rightarrow \sum \frac{f_i x_i}{f_i}$$



یہ بات ظاہر ہے کہ i سے n تک کی قدر دیتا ہے۔

نوٹ:- Σ یونانی علامت ہے جسے سگما پڑھا جاتا ہے۔

✓ تعددی تقسیم کے لئے درمیانہ:-

1- راست طریقہ (Direct method):-

فرض کیجئے کہ i ویں کلاس وقفہ (class interval) کے لئے تعدد f_i ہے۔ اور x_i اس کا نظیری کلاس مارک ہے۔ تب

$$\text{درمیانہ (mean } \bar{X} \text{)} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$$\bar{X} \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{N}$$

جہاں، کل تعدد $N = \sum_{i=1}^n f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \dots + f_n$

مثالیں حل کرنے کے آسان قدم:- ہر کلاس وقفہ کے لئے،

1- تمام تعددات کا مجموعہ معلوم کیجئے۔ $\sum_{i=1}^n f_i$

2- کلاس مارک معلوم کیجئے۔ x_i

$$\text{حد زیریں} + \text{حد بالائی} = \frac{\text{کلاس مارک}}{2}$$

3- کلاس مارک اور تعدد کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔ $f_i x_i$

4- حاصل ضرب کا مجموعہ معلوم کیجئے۔ $\sum_{i=1}^n f_i x_i$

5- حاصل ضرب کے مجموعہ کو تعدادات کا مجموعہ سے تقسیم کیجئے۔ $\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

C.I کلاس وقفہ	f_i	x_i	$f_i x_i$
	..		.
	$\cdot \sum_{i=1}^n f_i$		$\sum_{i=1}^n f_i x_i$

2- فرض کئے گئے درمیانہ کا طریقہ / مفروضاتی میانہ طریقہ (Assumed mean method) :-

پہلا قدم یہ ہے کہ x_i میں ایک درمیانہ فرض کیجئے اور اس کو a سے ظاہر کیجئے۔ دوسرا قدم یہ ہے کہ $d_i = x_i - a$ انحراف معلوم کیجئے۔
نوٹ:- اپنے تحسیبات کو آسان بنانے کے لئے ہم وہ فرض کرتے ہیں جو $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ کے وسط میں ہے۔
اس لئے

$$\bar{X} \text{ (Mean) درمیانہ} = a + \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$



مثالی حل کرنے کے آسان قدم:- ہر کلاس وقفہ کے لئے،

1- تمام تعدادات کا مجموعہ معلوم کیجئے۔ $\sum_{i=1}^n f_i$

2- کلاس مارک معلوم کیجئے۔ x_i

3- فرضی میانہ چن لیجئے (بہتر ہے کہ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ کے وسط میں ہو)۔ a

4- انحراف معلوم کیجئے۔ $d_i = x_i - a$

5- تعداد اور انحراف کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔ $f_i d_i$

6- حاصل ضرب کا مجموعہ معلوم کیجئے۔ $\sum_{i=1}^n f_i d_i$

7- حاصل ضرب کے مجموعہ کو تعدادات کا مجموعہ سے تقسیم کیجئے۔ $\frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

8- حاصل شدہ کو فرضی میانہ میں جمع کیجئے۔ $= a + \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

C.I کلاس وقفہ	f_i	x_i	d_i	$f_i d_i$
	$\sum_{i=1}^n f_i$			$\sum_{i=1}^n f_i d_i$

3- طریقہ حرکت انحراف / مرحلاتی انحراف طریقہ (Step deviation method):-

یہاں مان لیجئے کہ $u_i = \frac{x_i - a}{h}$ ہے جہاں فرض کیا گیا درمیانہ a اور h کلاس سائز ہے۔ اس لئے،

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

مثالیں حل کرنے کے آسان قدم:- ہر کلاس وقفہ کے لئے،

1- تمام تعددات کا مجموعہ معلوم کیجئے۔ $\sum_{i=1}^n f_i$

2- کلاس مارک معلوم کیجئے۔ x_i

3- فرضی میانہ چن لیجئے (بہتر ہے کہ x_1, x_2, x_3, x_n کے وسط میں ہو)۔ a

4- انحراف معلوم کیجئے۔ $d_i = x_i - a$

5- انحراف کو کلاس سائز سے تقسیم کیجئے۔ $\frac{d_i}{h}$

6- حاصل ضرب معلوم کیجئے۔ $f_i u_i$

7- حاصل ضرب کا مجموعہ معلوم کیجئے۔ $\sum_{i=1}^n f_i u_i$

8- حاصل ضرب کے مجموعہ کو تعددات کا مجموعہ سے تقسیم کیجئے۔ $\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

9- حاصل شدہ کو کلاس سائز سے ضرب دیتے ہوئے فرضی میانہ میں جمع کیجئے۔ $= a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$

C.I کلاس وقفہ	f_i	x_i	d_i	u_i	$f_i u_i$
					..
					.
	$\sum_{i=1}^n f_i$				$\sum_{i=1}^n f_i u_i$

✓ مرتب اعداد و شمار کا موڈ / کثیر یہ :-

تمام مشاہدات کے درمیان جو مشاہدہ سب سے زیادہ مرتبہ آتا ہے۔ یا جس مشاہدہ کی قدر کا تعدد سب سے زیادہ ہو موڈ کہلاتا ہے۔

مرتب تعدد بناؤ (گروہی مفروضہ کے لئے):-

پہلے اس کلاس کو تلاش کریں جس کا تعدد سب سے زیادہ ہے۔ جو موڈل کلاس کہلاتی ہے۔ موڈ (کثیر یہ) اسی موڈل کلاس میں کہیں ہو گا۔ اس موڈ کو

مندرجہ ذیل فارمولہ سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{موڈ} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) Xh$$

جہاں،

l موڈل کلاس کی چلی حد

h کلاس وقفہ کا سائز (یہ مانتے ہوئے کہ تمام کلاس وقفوں کے سائز یکساں ہیں)

f_1 موڈل کلاس کا تعدد

f_0 موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد

f_2 موڈل کلاس کے آگے کا تعدد

✓ **مجموعی تعدد:-** وہ تعدد ہے جو تمام کلاسوں کے تعدد کو ان کے پچھلے تعدد میں جمع کر کے حاصل کیا جاتا ہے۔

✓ **وسطانیہ:-** مرکزی رجحان کی وہ پیمائش ہے جو اس کی اعداد و شمار میں موجود مشاہدات میں بیچ (درمیان) کے مشاہدہ کو ظاہر کرتا ہے۔

نوٹ:- غیر مرتب اعداد و شمار کا مطالعہ معلوم کرنے کے لئے مشاہدات کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں رکھا جاتا ہے۔

اگر n طاق ہو تو $(\frac{n+1}{2})^{th}$ مشاہدات کا درمیانہ اور اگر n جفت ہو تو $(\frac{n}{2})^{th}$ اور $(\frac{n+1}{2})^{th}$ مشاہدہ کا اوسط ہوگا۔

✓ **مرتب اعداد و شمار کا وسطانیہ:-**

اس کے لئے پہلے وسطانیہ کلاس معلوم کرنی ہوگی۔ اس کلاس کو معلوم کرنے کے لئے، تمام کلاسوں کا مجموعی تعدد معلوم کریں

گے۔ اور $\frac{n}{2}$ معلوم کریں گے۔ پھر وہ کلاس تلاش کی جائیگی، جس کا مجموعی تعدد $\frac{n}{2}$ (یا اس سے نزدیک سے بڑا ہو)۔ اس کو وسطانیہ کلاس کہتے ہیں۔

اس کے بعد وسطانیہ معلوم کرنے کے لئے درج ذیل فارمولہ استعمال کریں گے،

$$\text{وسطانیہ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) Xh$$

جہاں،

l وسطانیہ کلاس کی چلی حد

n مشاہدات کی تعداد

f وسطانیہ کلاس کا تعدد

cf وسطانیہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعدد

h کلاس وقفہ کا سائز (یہ مانتے ہوئے کہ تمام کلاس وقفوں کے سائز یکساں ہیں)

✓ **مرکزی رجحان کی پیمائشوں کے درمیان تعلق:-**

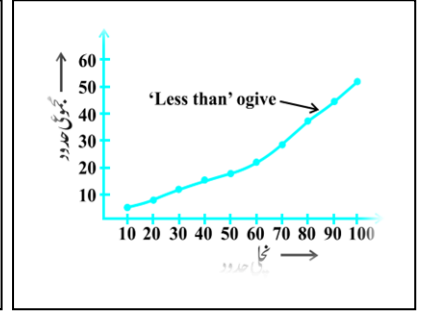
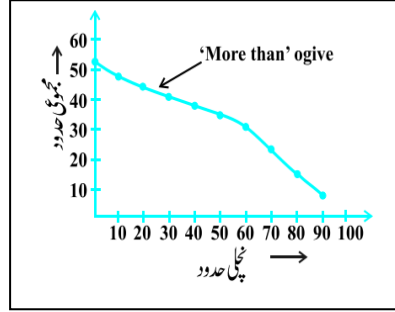
$$3\text{Median} = \text{mode} + 2\text{mean}$$

2 درمیانہ + موڈ = 3 وسطانیہ

✓ مجموعی تعدد کا ترسیبی اظہار:-

لفظ او جیو لفظ او جی ogee سے اخذ کیا گیا ہے، او جی ایک ایسی شکل ہے جس میں ایک مقعر (concave) قوس ایک محدب (convex) قوس میں بہتا ہوا محسوس ہوتا ہے۔ اس طرح سے s کی شکل کی ایک منحنی بنتی ہے جن کے سرے انتصابی ہوتے ہیں، آرکیٹیکچر میں او جی شکل 14 ویں اور 15 ویں صدی کے Gothic Style کی خصوصیات میں سے ایک ہے۔

او جیو دو قسم کی ہوتی ہے۔ (1) سے کم قسم کی (2) سے زیادہ قسم کی



13.1

1- طلباء کے ایک گروہ نے ماحول سے آگاہی کے پروگرام کے جزکی حیثیت سے ایک سروے کیا۔ جس میں انہوں نے علاقہ کے 20 گھروں میں لگے ہوئے پودوں کی تعداد سے متعلق اعداد و شمار کو اکٹھا کیا ایک مکان میں لگے پودوں کا درمیان معلوم کیجئے۔

پودوں کی تعداد	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14
مکانوں کی تعداد	1	2	1	5	6	2	3

حل:- راست طریقہ سے،

کلاس وقفہ (پودوں کی تعداد)	f_i مکانوں کی تعداد	x_i	$f_i x_i$
0-2	1	1	1
2-4	2	3	6
4-6	1	5	5
6-8	5	7	35
8-10	6	9	54
10-12	2	11	22
12-14	3	13	39
کل	$\sum_{i=1}^7 f_i = 20$		162

$$\bar{X} \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^7 f_i x_i}{N}$$

$$\bar{X} \Rightarrow \frac{162}{20} = 8.1$$

اس لئے ایک مکان میں لگے پودوں کا درمیان 8.1 ہے۔

2- ایک فیکٹری کے 50 ملازموں کو روز ملنے والی اجرت کے مندرجہ ذیل بناؤ پر غور کیجئے۔ کسی بھی مناسب طریقہ سے ملازموں کی اجرت کا درمیانہ معلوم کیجئے

روزانہ ملنے والی اجرت (روپیوں میں)	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
ملازموں کی تعداد	12	14	8	6	10

حل :- طریقہ حرکت انحراف سے، $a=150, h=20$

روزانہ ملنے والی اجرت (روپیوں میں) C.I	ملازموں کی تعداد f_i	x_i	$d_i =$ $x_i - a$	$u_i =$ $\frac{d_i}{h} = \frac{x_i - a}{20}$	$f_i u_i$
100-120	12	110	-40	-2	-24
120-140	14	130	-20	-1	-14
140-160	8	$a=150$	0	0	0
160-180	6	170	20	1	6
180-200	10	190	40	2	20
	$\sum f_i = 50$				$\sum f_i u_i = -12$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^5 f_i u_i}{\sum_{i=1}^5 f_i} \right)$$

$$= 150 + 20 \left(\frac{-12}{50} \right)$$

$$= 150 - 4.80$$

$$= 145.20$$

ملازموں کی اجرت کا درمیانہ = 145.20 روپے ہے

3- مندرجہ ذیل بٹاؤ کسی علاقہ کے بچوں کو ملنے والے روزانہ کے جیب خرچ کو دکھا گیا ہے۔ درمیانہ روزانہ کا خرچ 18 روپے ہے گمشدہ تعداد معلوم کیجئے۔

روزانہ جیب خرچ (روپیوں میں)	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
بچوں کی تعداد	7	6	9	13	f	5	4

حل:- فرض کئے گئے درمیانہ کا طریقہ سے، $a=18$

روزانہ جیب خرچ (روپیوں میں) C.I	بچوں کی تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
11-13	7	12	12-18=-6	-42
13-15	6	14	14-18=-4	-24
15-17	9	16	16-18=-2	-18
17-19	13	18=a	18-18=0	0
19-21	f	20	20-18=2	2f
21-23	5	22	22-18=4	20
23-25	4	25	25-18=7	28
	=44+f			2f-40

$$\text{درمیانہ (Mean) } \bar{X} = a + \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$$\Rightarrow 18 = 18 + \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$\Rightarrow 18 - 18 = \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{2f - 40}{44 + f}$$

$$\Rightarrow 2f - 40 = 0$$

$$\Rightarrow 2f = 40$$

$$\Rightarrow f = \frac{40}{2} = 20$$

$$\therefore f = 20$$

4- ایک اسپتال میں ایک ڈاکٹر نے 30 عورتوں کی دل کی دھڑکن فی منٹ ریکارڈ کی اور ان کا خلاصہ ذیل کی جدول میں کیا گیا ہے۔ ان عورتوں کی فی منٹ دل کی دھڑکن کا درمیانہ معلوم کیجئے۔

فی منٹ دل کی دھڑکن	65-68	68-71	71-74	74-77	77-80	80-83	83-86
عورتوں کی تعداد	2	4	3	8	7	4	2

حل:- طریقہ حرکت انحراف سے، $h=3$ ، $75.5=a$

فی منٹ دل کی دھڑکن C.I	عورتوں کی تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
65-68	2	66.5	$66.5-75.5=-9$	$\frac{-9}{3} = -3$	-6
68-71	4	69.5	$69.5-75.5=-6$	$\frac{-6}{3} = -2$	-8
71-74	3	72.5	$72.5-75.5=-3$	$\frac{-3}{3} = -1$	-3
74-77	8	$75.5=a$	$75.5-75.5=0$	$\frac{0}{3} = 0$	0
77-80	7	78.5	$78.5-75.5=3$	$\frac{3}{3} = 1$	7
80-83	4	81.5	$81.5-75.5=6$	$\frac{6}{3} = 2$	8
83-86	2	84.5	$84.5-75.5=9$	$\frac{9}{3} = 3$	6
	$\sum f_i=30$				$\sum f_i u_i = 4$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^7 f_i u_i}{\sum_{i=1}^7 f_i} \right)$$

$$\Rightarrow 75.5 + 3 \left(\frac{4}{30} \right)$$

$$\Rightarrow 75.5 + 0.4$$

$$\Rightarrow 75.9$$

عورتوں کی فی منٹ دل کی دھڑکن کا درمیانہ 75.9 ہے

-

5- ایک پھلر مارکیٹ میں پھل فروش پیکنگ باکس میں رکھے ہوئے آموں کو بیچتے ہیں۔ ان باکسوں میں آموں کی تعداد مختلف ہوتی ہے۔ مندرجہ ذیل میں آموں کا باکسوں کی تعداد کے مطابق بناؤ دیا ہوا ہے۔ پیکنگ باکس میں رکھے گئے آموں کا درمیانہ معلوم کیجئے۔

آموں کی تعداد	50-52	53-55	56-58	59-61	62-64
باکسوں کی تعداد	15	110	135	115	25

حل:- طریقہ حرکت انحراف سے، $57=a, h=3$

چونکہ مفروضہ غیر مسلسل ہے۔ اس لئے گروہی وقفہ کا حدِ اعلیٰ اور حدِ ادنیٰ لیں گے

آموں کی تعداد C.I	باکسوں کی تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
49.5-52.5	15	51	51-57=-6	$\frac{-6}{3} = -2$	-30
52.5-55.5	110	54	54-57=-3	$\frac{-3}{3} = -1$	-110
55.5-58.5	135	57=a	57-57=0	$\frac{0}{3} = 0$	0
58.5-61.5	115	60	60-57=3	$\frac{3}{3} = 1$	115
61.5-64.5	25	63	63-57=6	$\frac{6}{3} = 2$	50
	$\sum f_i=400$				$\sum f_i u_i=25$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^5 f_i u_i}{\sum_{i=1}^5 f_i} \right)$$

$$\Rightarrow 57 + 3 \left(\frac{25}{400} \right)$$

$$\Rightarrow 57 + 0.19$$

$$\Rightarrow 57.19$$

6- مندرجہ ذیل جدول میں ایک علاقہ کے 25 گھروں کا کھانے پر ہوا روزانہ کا خرچ دیا گیا ہے۔ کھانے پر ہونے والے روزانہ کا خرچ کا درمیانہ معلوم کیجئے۔ (کسی بھی مناسب طریقہ سے)

روزانہ کا خرچ (روپیوں میں)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
گھروں کی تعداد	4	5	12	2	2

حل:- طریقہ حرکت انحراف سے، $a=225$, $h=50$

روزانہ کا خرچ (روپیوں میں) C.I	گھروں کی تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
100-150	4	125	125-225=-100	$\frac{-100}{50}=-2$	-8
150-200	5	175	175-225=-150	$\frac{-150}{50}=-3$	-15
200-250	12	225=a	225-225=0	$\frac{0}{50}=0$	0
250-300	2	275	275-225=50	$\frac{50}{50}=1$	2
300-350	2	325	325-225=100	$\frac{100}{50}=2$	2
	$\sum f_i=25$				$\sum f_i u_i=-7$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^5 f_i u_i}{\sum_{i=1}^5 f_i} \right)$$

$$\Rightarrow 225 + 50 \left(\frac{-7}{25} \right)$$

$$\Rightarrow 225 - 14 = 211$$

$$\Rightarrow 211$$

کھانے پر ہونے والے روزانہ کا خرچ کا درمیانہ 211 روپے ہے۔

7- ہوا میں SO₂ کا ارتکاز (concentration) معلوم کیجئے (ppm)، ایک شہر کے 30 علاقوں سے اکٹھے کئے گئے اعداد و شمار نیچے دئے گئے ہیں۔
ہوا میں SO₂ کا درمیانہ ارتکاز (ppm) معلوم کیجئے۔

SO ₂ کا ارتکاز (ppm)	0.00-0.04	0.04-0.08	0.08-0.12	0.12-0.16	0.16-0.20	0.20-0.24
تعداد	4	9	9	2	4	2

حل:- طریقہ حرکت انحراف سے، $a=0.10$ ، $h=0.04$

SO ₂ کا ارتکاز (C.I)(ppm)	تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
0.00-0.04	4	0.02	0.02-0.10=-0.08	$\frac{-0.08}{0.04}=-2$	-8
0.04-0.08	9	0.06	0.06-0.10=-0.04	$\frac{-0.04}{0.04}=-1$	-9
0.08-0.12	9	0.10=a	0.10-0.10=0	$\frac{0}{0.04}=0$	0
0.12-0.16	2	0.14	0.14-0.10=0.04	$\frac{0.04}{0.04}=1$	2
0.16-0.20	4	0.18	0.18-0.10=0.08	$\frac{0.08}{0.04}=2$	8
0.20-0.24	2	0.22	0.22-0.10=0.12	$\frac{0.12}{0.04}=3$	6
	$\sum f_i=30$				$\sum f_i u_i=-1$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^6 f_i u_i}{\sum_{i=1}^6 f_i} \right)$$

$$\Rightarrow 0.10 + 0.04 \left(\frac{-1}{30} \right)$$

$$0.10 - 0.001 = 0.099 \text{ ppm}$$

ہوا میں SO₂ کا درمیانہ ارتکاز 0.099 ppm ہے۔

8- ایک کلاس ٹیچر کے پاس مندرجہ ذیل 40 طلبا کا پورے سال کا غیر حاضری کارڈ ہے۔ طلبا جتنے دن غیر حاضر رہے اس کا درمیانہ معلوم کیجئے۔

دنوں کی تعداد	0-6	6-10	10-14	14-20	20-28	28-38	38-40
طلبا کی تعداد	11	10	7	4	4	3	1

حل :- :- فرض کئے گئے درمیانہ کا طریقہ سے، $a=17$

خواندگی کی شرح (% میں) C.I	شہروں کی تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
0-6	11	3	3-17=-14	-154
6-10	10	8	8-17=-9	-90
10-14	7	12	12-17=-5	-35
14-20	4	17=a	17-17=0	0
20-28	4	24	24-17=7	28
28-38	3	33	33-17=14	42
38-40	1	39	39-17=12	12
	$\sum f_i=40$			$\sum f_i d_i=-181$

$$\text{درمیانہ (Mean) } \bar{X} = a + \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$$\text{درمیانہ (Mean) } \bar{X} = a + \frac{\sum_{i=1}^7 f_i d_i}{\sum_{i=1}^7 f_i}$$

$$\Rightarrow 17 + \frac{-181}{40}$$

$$\Rightarrow 17 - 4.52 = 12.48$$

غیر حاضر رہے طلبا کا درمیانہ 12.48 دن ہے۔

9- ذیل میں 35 شہروں کی خواندگی (فی صدی میں) کی شرح دی گئی ہے۔ خواندگی کی درمیانی شرح معلوم کیجئے۔

خواندگی کی شرح (% میں)	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
شہروں کی تعداد	3	10	11	8	3

حل :- طریقہ حرکت انحراف سے، $h=10$, $a=70$

خواندگی کی شرح (% میں) C.I	شہروں کی تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
45-55	3	50	50-70=-20	$\frac{-20}{10}=-2$	-6
55-65	10	60	60-70=-10	$\frac{-10}{10}=-1$	-10
65-75	11	70=a	70-70=0	$\frac{0}{10}=0$	0
75-85	8	80	80-70=10	$\frac{10}{10}=1$	8
85-95	3	90	90-70=20	$\frac{20}{10}=2$	6
	$\Sigma f_i=35$				$\Sigma f_i u_i=-2$

$$\text{درمیانی } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانی } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^5 f_i u_i}{\sum_{i=1}^5 f_i} \right)$$

$$\Rightarrow 70 + 10 \left(\frac{-2}{35} \right)$$

$$\Rightarrow 70 - 0.57 = 69.43\%$$

خواندگی کی درمیانی شرح 69.43% ہے۔

13.2

1- مندرجہ ذیل جدول میں ایک سال کے دوران کی ہسپتال میں داخل ہونے والے مریضوں کی عمریں دی ہوئی ہیں۔

عمر (سالوں میں)	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
مریضوں کی تعداد	6	11	21	23	14	5

اوپر دئے گئے اعداد و شمار کا موڈ اور درمیانہ معلوم کیجئے۔ اور مرکزی رجحان کی دو پیمائشوں کی ترجمان کا موازنہ کیجئے۔

حل:- طریقہ حرکت انحراف سے، $h=10, a=30$

عمر (سالوں میں) CI	مریضوں کی تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
5-15	6	10	10-30=-20	$\frac{-20}{10}=-2$	-12
15-25	11	20	20-30=-10	$\frac{-10}{10}=-1$	-11
25-35	21	30=a	30-30=0	$\frac{0}{10}=0$	0
35-45	23	40	40-30=10	$\frac{10}{10}=1$	23
45-55	14	50	50-30=20	$\frac{20}{10}=2$	28
55-65	5	60	60-30=30	$\frac{30}{10}=3$	15
	$\sum f_i=80$				$\sum f_i u_i=43$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^6 f_i u_i}{\sum_{i=1}^6 f_i} \right)$$

$$\Rightarrow 30 + 10 \left(\frac{43}{80} \right)$$

$$\Rightarrow 30 + 5.37$$

$$\Rightarrow 35.37$$

$$\begin{aligned} \text{موڈ } = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) Xh \\ = 35 + \left(\frac{23 - 21}{2(23) - 21 - 14} \right) X10 \\ = 35 + \left(\frac{2}{46 - 35} \right) X10 \\ = 35 + \frac{20}{11} \\ = 35 + 1.81 \\ = 36.8 \end{aligned}$$

:- یہاں سب سے زیادہ تعدد 23 ہے اس لئے یہاں ماڈل کلاس 35-45 ہے

موڈل کلاس کی پچھلی حد $l = 35$

$h = 10$ کلاس وقفہ کا سائز

$f_1 = 23$ موڈل کلاس کا تعدد

$f_0 = 21$ موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد

$f_2 = 14$ موڈل کلاس کے آگے کا تعدد

اوپر دئے گئے اعداد و شمار کا موڈ 36.8 اور درمیانہ 35.37 ہے۔

2- مندرجہ ذیل اعداد و شمار 225 بجلی کے آلات کی زندگی کا وقت (گھنٹوں میں) کے سلسلہ میں اطلاعات کو ظاہر کرتے ہیں۔ آلات کے ماڈل عمر کی مدت معلوم کیجئے۔

زندگی کا وقت (گھنٹوں میں)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
تعداد	10	35	52	61	38	29

$$\begin{aligned}
 \text{موڈ} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) Xh \\
 &= 60 + \left(\frac{61 - 52}{2(61) - 52 - 38} \right) 20 \\
 &= 60 + \left(\frac{9}{122 - 90} \right) 20 \\
 &= 60 + \left(\frac{9}{32} \right) 20 \\
 &= 60 + 5.625 \\
 &= 65.625
 \end{aligned}$$

حل:- یہاں سب سے زیادہ تعدد 61 ہے اس لئے یہاں ماڈل کلاس-60 ہے

موڈل کلاس کی نچلی حد $l = 60$

h کلاس وقفہ کا سائز = 20

f_1 موڈل کلاس کا تعدد = 61

f_0 موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد = 52

f_2 موڈل کلاس کے آگے کا تعدد = 38

آلات کے ماڈل عمر کی مدت 65.625 ہے۔



3- مندرجہ ذیل اعداد و شمار میں ایک گاؤں کے 200 کنبوں کا گھر کا کل خرچ ماہانہ دیا ہوا ہے۔ کنبوں کا ماڈل ماہانہ خرچ اور ان کا درمیانہ ماہانہ خرچ بھی معلوم کیجئے۔

خرچ (روپیوں میں)	1000-1500	1500-2000	2000-2500	2500-3000	3000-3500	3500-4000	4000-4500	4500-5000
کنبوں کی تعداد	29	40	33	28	30	22	16	7

$$\begin{aligned}
 \text{موڈ} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) Xh \\
 &= 1500 + \left(\frac{40 - 24}{2(40) - 24 - 33} \right) X500 \\
 &= 1500 + \left(\frac{16}{80 - 57} \right) 500 \\
 &= 1500 + \left(\frac{16}{23} \right) 500 \\
 &= 1500 + 347.8 \\
 &= 1847.8
 \end{aligned}$$

کنبوں کا ماڈل ماہانہ خرچ 1847.8 روپے ہے۔

حل:- یہاں سب سے زیادہ تعدد 40 ہے اس لئے یہاں ماڈل کلاس 1500-2000 ہے

موڈل کلاس کی نچلی حد $l = 1500$

h کلاس وقفہ کا سائز = 500

f_1 موڈل کلاس کا تعدد = 40

f_0 موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد = 24

f_2 موڈل کلاس کے آگے کا تعدد = 33

طریقہ حرکت انحراف سے، $h=500$, $a=2750$

خرچ (روپیوں میں) C.I	کنبوں کی تعداد f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
1000-1500	24	1250	-1500	-3	-72
1500-2000	40	1750	-1000	-2	-80
2000-2500	33	2250	-500	-1	-33
2500-3000	28	2750=a	0	0	0
3000-3500	30	3250	500	1	30
3500-4000	22	3750	1000	2	44
4000-4500	16	4250	1500	3	48
4500-5000	7	4750	2000	4	28
	$\sum f_i=200$				$\sum f_i u_i=-35$

$$\begin{aligned} \text{درمیانہ } (\bar{X}) &= a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right) \\ \text{درمیانہ } (\bar{X}) &= a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^8 f_i u_i}{\sum_{i=1}^8 f_i} \right) \\ &= 2750 + 500 \left(\frac{-35}{200} \right) \\ &= 2750 - 87.50 \\ &= 2662.50 \end{aligned}$$

کنبوں کا درمیانہ ماہانہ خرچ 2662.50 روپے ہے۔

4- مندرجہ ذیل بٹاؤ میں ہندوستان کے ہائر سیکنڈری اسکولوں میں صوبوں کے حساب سے استاد طالب علم نسبت دی ہوئی ہے۔ ان اعداد و شمار کا درمیانہ اور موڈ معلوم کیجئے۔ اور دونوں پیمائشوں کی ترجمانی کیجئے۔

طلباء کی تعداد فی استاد	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55
صوبے	3	8	9	10	3	0	0	2

$$\begin{aligned}
\text{موڈ} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) Xh \\
&= 30 + \left(\frac{10 - 9}{2(10) - 9 - 3} \right) 5 \\
&= 30 + \left(\frac{1}{20 - 12} \right) 5 \\
&= 30 + \left(\frac{5}{8} \right) \\
&= 30 + 0.625 \\
&= 30.625
\end{aligned}$$

اعداد و شمار کا موڈ 30.625 ہے۔

حل:- یہاں سب سے زیادہ تعدد 10 ہے اس لئے یہاں ماڈل کلاس 30-35 ہے

موڈل کلاس کی نچلی حد $l=30$

کلاس وقفہ کا سائز $h=5$

f_1 موڈل کلاس کا تعدد = 10

f_0 موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد = 9

f_2 موڈل کلاس کے آگے کا تعدد = 3

طریقہ حرکت انحراف سے، $h=5$, $a=32.5$

طلباء کی تعداد فی استاد C.I.	صوبے f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
15-20	3	17.5	17.5-32.5=-15	-3	-9
20-25	8	22.5	22.5-32.5=-10	-2	-16
25-30	9	27.5	27.5-32.5=-5	-1	-9
30-35	10	32.5	32.5-32.5=0	0	0
35-40	3	37.5	37.5-32.5=5	1	3
40-45	0	42.5	42.5-32.5=10	2	0
45-50	0	47.5	47.5-32.5=15	3	0
50-55	2	52.5	52.5-32.5=20	4	8
	$\sum f_i=35$				$\sum f_i u_i=-23$

$$\text{درمیان}(\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیان}(\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^8 f_i u_i}{\sum_{i=1}^8 f_i} \right)$$

$$= 32.5 + 5 \left(\frac{-23}{35} \right)$$

$$= 32.5 + \left(\frac{-23}{7} \right)$$

$$= 32.5 - 3.28$$

$$= 29.22$$

اعداد و شمار کا درمیان 29.22 ہے۔

5- مندرجہ ذیل بٹاؤ میں بین الاقوامی کرکٹ میچوں میں دنیا کے چوٹی کے بلے بازوں کے ذریعے اسکور کئے گئے رنوں کی تعداد کو دکھایا گیا ہے۔ ان اعداد و شمار کا موڈ معلوم کیجئے۔

اسکور کئے گئے رن	3000-4000	4000-5000	5000-6000	6000-7000	7000-8000	8000-9000	9000-10000	10000-11000
بلے بازوں کی تعداد	4	18	9	7	6	3	1	1

$$\begin{aligned}
 \text{موڈ} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) Xh \\
 &= 4000 + \left(\frac{18 - 4}{2(18) - 4 - 9} \right) 1000 \\
 &= 4000 + \left(\frac{14}{23} \right) 1000 \\
 &= 4000 + 608.965 \\
 &= 4908.695
 \end{aligned}$$

اعداد و شمار کا موڈ 4908.6 ہے

حل:- یہاں سب سے زیادہ تعدد 18 ہے اس لئے یہاں ماڈل کلاس 4000-5000 ہے
 موڈل کلاس کی نچلی حد $l = 4000$
 h کلاس وقفہ کا سائز = 1000
 f_1 موڈل کلاس کا تعدد = 18
 f_0 موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد = 4
 f_2 موڈل کلاس کے آگے کا تعدد = 9



6- 3 منٹ کے 100 وقفوں میں ایک طالب علم نے سڑک کے کسی ایک مقام پر گزرنے والی کاروں کی تعداد کو نوٹ کیا اور اس کا خلاصہ مندرجہ ذیل جدول میں کیا۔ ان اعداد و شمار کا موڈ معلوم کیجئے۔

کاروں کی تعداد	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
تعدد	7	14	13	12	20	11	15	8

$$\begin{aligned}
 \text{موڈ} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) Xh \\
 &= 40 + \left(\frac{20 - 12}{2(20) - 12 - 11} \right) 10 \\
 &= 40 + \left(\frac{8}{40 - 23} \right) 10 \\
 &= 40 + \left(\frac{80}{17} \right) \\
 &= 40 + 4.7 \\
 &= 44.7
 \end{aligned}$$

اعداد و شمار کا موڈ 44.7 ہے۔

حل:- یہاں سب سے زیادہ تعدد 20 ہے اس لئے یہاں ماڈل کلاس 40-50 ہے
 موڈل کلاس کی نچلی حد $l = 40$
 h کلاس وقفہ کا سائز = 10
 f_1 موڈل کلاس کا تعدد = 20
 f_0 موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد = 12
 f_2 موڈل کلاس کے آگے کا تعدد = 11

13.3

1- مندرجہ ذیل تعددی بناؤ ایک علاقہ کے 68 لوگوں کا بجلی کا ماہانہ خرچ دیا ہوا ہے۔ ان اعداد شمار کا درمیانہ، وسطانیہ اور موڈ معلوم کیجئے اور ان کا موازنہ کیجئے گا۔

C.I ماہانہ خرچ	65-85	85-105	105-125	125-145	145-165	165-185	185-205
f_i لوگوں کی تعداد	4	5	13	20	14	8	4

$$\begin{aligned}
 \text{موڈ} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) Xh \\
 &= 125 + \left(\frac{20 - 13}{2(20) - 13 - 14} \right) 20 \\
 &= 125 + \left(\frac{7}{13} \right) 20 \\
 &= 125 + 10.76 \\
 &= 135.76
 \end{aligned}$$

اعداد و شمار کا موڈ 135.76 ہے۔

حل :- یہاں سب سے زیادہ تعدد 20 ہے اس لئے یہاں ماڈل کلاس 125-145 ہے

موڈل کلاس کی پٹی حد $l=125$

h کلاس وقفہ کا سائز = 20

f_1 موڈل کلاس کا تعدد = 20

f_0 موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد = 13

f_2 موڈل کلاس کے آگے کا تعدد = 14



طریقہ حرکت انحراف سے، $h=20, a=135$

C.I	f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
65-85	4	75	-60	-3	-12
85-105	5	95	-40	-2	-10
105-125	13	115	-20	-1	-13
125-145	20	135=a	0	0	0
145-165	14	155	20	1	14
165-185	8	175	40	2	16
189-205	4	195	60	3	12
	$\sum f_i = 68$				$\sum f_i u_i = 7$

$$\text{درمیانہ} (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانہ} (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^7 f_i u_i}{\sum_{i=1}^7 f_i} \right)$$

$$= 135 + 20 \left(\frac{7}{68} \right)$$

$$= 135 + \left(\frac{140}{68} \right)$$

$$= 135 + 2.058$$

$$= 137.058$$

اعداد و شمار کا درمیانہ 137.058 ہے۔

C.I	f_i	c.f
65-85	4	4
85-105	5	9
105-125	13	22
125-145	20=f	42
145-165	14	56
165-185	8	64
189-205	4	68
	$\sum f_i = 68$	

$$\text{وسطانہ} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) Xh$$

$$= 125 + \left(\frac{34 - 22}{20} \right) 20$$

$$= 125 + 12$$

$$= 137$$

اعداد و شمار کا وسطانہ 137 ہے۔

جہاں، وسطانہ کلاس 125-145

l وسطانہ کلاس کی نچلی حد = 125

n مشاہدات کی تعداد = 68

$$\frac{n}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

f وسطانہ کلاس کا تعدد = 20

cf وسطانہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعدد = 22

h کلاس وقفہ کا سائز = 20

2۔ اگر مندرجہ ذیل بٹاؤ کا وسطانیہ 28.5 ہے تو x و y کی قدریں معلوم کیجئے۔

C.I کلاس وقفہ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	کل
f_i تعدد	5	x	20	15	y	5	60

C.I	f_i	c.f
0-10	5	5
10-20	X	$5+x$
20-30	$20=f$	$25+x$
30-40	15	$40+x$
40-50	Y	$40+x+y$
50-60	5	$45+x+y$
	$\sum f_i=60$	

$$\text{وسطانیہ} = l + \left(\frac{n-cf}{f}\right) Xh$$

$$28.5 = 20 + \left(\frac{30 - (5 + x)}{20}\right) 10$$

$$28.5 = 20 + \frac{(25 - x)}{2}$$

$$28.5 - 20 = \frac{(25 - x)}{2}$$

$$8.5 = \frac{(25 - x)}{2}$$

$$17 = 25 - x$$

$$-8 = -x$$

$$x = 8$$

مفروضہ سے،

$$45+x+y=60$$

$$45+8+y=60$$

$$Y=60-53$$

$$Y=7$$

جہاں، وسطانیہ کلاس 20-30

l وسطانیہ کلاس کی نچلی حد = 20

n مشاہدات کی تعداد = 60

f وسطانیہ کلاس کا تعدد = 20

cf وسطانیہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعدد = $5+x$

h کلاس وقفہ کا سائز = 10

3۔ ایک LIC ایجنٹ نے 100 پالیسی رکھنے والے لوگوں کی عمروں کے بٹاؤ کے اعداد و شمار مندرجہ ذیل دئے ہیں۔ وسطانیہ عمر معلوم کیجئے جب کہ پالیسی صرف ان لوگوں کو دی جاتی ہے جن کی عمر 18 سال سے 60 سال کے درمیان ہو۔

عمر (سالوں میں)	20	25	30	35	40	45	50	55	60
C.I	20 سے کم	25 سے کم	30 سے کم	35 سے کم	40 سے کم	45 سے کم	50 سے کم	55 سے کم	60 سے کم
c.f پالیسی رکھنے والوں کی تعداد	2	6	24	45	78	89	92	98	100

C.I	f_i	c.f
20 سے کم	2	2
20-25	6-2=4	6
25-30	24-6=18	24
30-35	45-24=21	45=c.f
35-40	78-45=33=f	78
40-45	89-78=11	89
45-50	92-89=3	92
50-55	98-92=6	98
55-60	100-98=2	100
	$\sum f_i=100$	

$$\begin{aligned} \text{وسطانیہ} &= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h \\ &= 35 + \left(\frac{50 - 45}{33} \right) \times 5 \\ &= 35 + \frac{33}{25} \\ &= 35 + 0.76 \\ &= 35.76 \\ \text{وسطانیہ عمر} &= 35.76 \text{ yrs} \end{aligned}$$

جہاں، وسطانیہ کلاس = 35-40
 l وسطانیہ کلاس کی نچلی حد = 35
 n مشاہدات کی تعداد = 100
 f وسطانیہ کلاس کا تعداد = 33
 cf وسطانیہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعداد = 45
 h کلاس وقفہ کا سائز = 5

4۔ ایک پودے کی 40 پتیوں کی لمبائیاں نزدیکی ملی میٹر تک پیمائش کی گئیں ہیں اور حاصل کردہ اعداد و شمار کو مندرجہ ذیل جدول میں دکھایا گیا ہے۔

c.I لمبائی (ملی میٹر میں)	118-126	127-135	136-144	145-153	154-162	163-172	172-180
f پتیوں کی تعداد	3	5	9	12	5	4	2

پتیوں کی وسطانیہ لمبائی معلوم کیجئے (اشارہ: وسطانیہ معلوم کرنے کے لئے اعداد و شمار کو مسلسل کلاسوں میں تبدیل کیجئے۔ کیونکہ فارمولہ مسلسل کلاسوں کے لئے۔ کلاس میں اس طرح سے بدل کر ہو جائیں گے۔ 117.5 - 126.5, 126.5 - 135.5, . . . , 171.5 - 180.5)

C.I	f_i	c.f
117.5-126.5	3	3
126.5-135.5	5	8
135.5-144.5	9	17
144.5-153.5	12=f	29
153.5-162.5	5	34
162.5-172.5	4	38
172.5-180.5	2	40
	$\sum f_i=40$	

$$\begin{aligned} \text{وسطانیہ} &= l + \left(\frac{n-cf}{f}\right) Xh \\ &= 144.5 + \left(\frac{20-17}{12}\right) 9 \\ &= 144.5 + \frac{9}{4} \\ &= 144.5 + 2.25 \\ &= 146.75mm \end{aligned}$$

پتیوں کی وسطانیہ لمبائی 146.75 ملی میٹر ہے۔

جہاں، وسطانیہ کلاس 144.5-153.5
 l وسطانیہ کلاس کی نچلی حد 144.5
 n مشاہدات کی تعداد 40
 f وسطانیہ کلاس کا تعداد 12
 cf وسطانیہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعداد 17
 h کلاس وقفہ کا سائز 9

5۔ مندرجہ ذیل بٹاؤ جدول 400 نیاں لیمپوں کے عمر کی مدت کار (زندگی کا وقت) کو دکھاتا ہے۔ لیمپ کی وسطانیہ عمر کی مدت کار معلوم کیجئے۔

C.I زندگی کا وقت (گھنٹوں میں)	1500-2000	2000-2500	2500-3000	3000-3500	3500-4000	4000-4500	4500-5000
f لیمپوں کی تعداد	14	56	60	86	74	62	48

C.I	f _i	c.f
1500-2000	14	14
2000-2500	56	70
2500-3000	60	130cf
3000-3500	86=f	216
3500-4000	74	290
4000-4500	62	352
4500-5000	48	400
	∑ f _i =400	

$$\begin{aligned}
 \text{وسطانیہ} &= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h \\
 &= 3000 + \left(\frac{200 - 130}{86} \right) \times 500 \\
 &= 3000 + \left(\frac{70}{86} \right) \times 500 \\
 &= 3000 + 406.98 \\
 &= 3406.98
 \end{aligned}$$

لیمپ کی وسطانیہ عمر 3406.98 (گھنٹوں میں) ہے۔

جہاں، وسطانیہ کلاس 3000-3500
 l وسطانیہ کلاس کی نچلی حد 3000
 n مشاہدات کی تعداد 400
 f وسطانیہ کلاس کا تعدد 86
 cf وسطانیہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعدد 130
 h کلاس وقفہ کا سائز 500

6۔ ایک ٹیلیفون مقامی ڈائریکٹری 100 سرخاندانی چنے گئے۔ ہر سرنیم میں موجود انگریزی کے حروف کی تعداد کا تعددی بٹاؤ ذیل میں دیا گیا ہے۔

C.I حروف کی تعداد	1-4	4-7	7-10	10-13	13-16	16-19
f سرنیم کی تعداد	6	30	40	16	4	4

خاندانی کے حروف کا وسطانیہ معلوم کیجئے، سرنیم کے حروف کی تعداد کا درمیانہ بھی معلوم کیجئے؟ سرنیم کا موڈل ساٹز بھی معلوم کیجئے۔

C.I	f_i	c.f
1-4	6	6
4-7	30	36=cf
7-10	40=f	76
10-13	16	92
13-16	4	96
16-19	4	100
	$\Sigma f_i=100$	

$$\begin{aligned} \text{وسطانیہ} &= l + \left(\frac{\frac{n}{2}-cf}{f}\right) Xh \\ &= 7 + \left(\frac{50 - 36}{40}\right) 3 \\ &= 7 + \left(\frac{14}{40}\right) 3 \\ &= 7 + \frac{21}{20} \\ &= 7 + 1.05 \\ &= 8.05 \end{aligned}$$



جہاں، وسطانیہ کلاس 7-10
 l وسطانیہ کلاس کی نچلی حد 7
 n مشاہدات کی تعداد 100
 f وسطانیہ کلاس کا تعدد 40
 cf وسطانیہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعدد 36
 h کلاس وقفہ کا ساٹز 3

وسطانیہ 8.05

$$\begin{aligned} \text{موڈ} &= l + \left(\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}\right) Xh \\ &= 7 + \left(\frac{40 - 30}{2(40) - 30 - 16}\right) 3 \\ &= 7 + \left(\frac{10}{34}\right) 3 \\ &= 7 + 0.88 \\ &= 7.88 \end{aligned}$$

اعداد و شمار کا موڈ 7.88 ہے۔

حل:- یہاں سب سے زیادہ تعدد 40 ہے اس لئے یہاں ماڈل کلاس 7-10 ہے
 موڈل کلاس کی نچلی حد $l=7$
 h کلاس وقفہ کا ساٹز = 3
 f_1 موڈل کلاس کا تعدد = 40
 f_0 موڈل کلاس سے پہلے کا تعدد = 30
 f_2 موڈل کلاس کے آگے کا تعدد = 16

طریقہ حرکت انحراف سے، $h=3$, $a=8.5$

C.I	f_i	x_i	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
1-4	6	2.5	$2.5-8.5=-6$	-2	-12
4-7	30	5.5	$5.5-8.5=-3$	-1	-30
7-10	40	$8.5=a$	$8.5-8.5=0$	0	0
10-13	16	11.5	$11.5-8.5=3$	1	16
13-16	4	14.5	$14.5-8.5=6$	2	8
16-19	4	17.5	$17.5-8.5=9$	3	12
	$\sum f_i=100$				$\sum f_i u_i=-6$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i u_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

$$\text{درمیانہ } (\bar{X}) = a + h \left(\frac{\sum_{i=1}^6 f_i u_i}{\sum_{i=1}^6 f_i} \right)$$

$$= 8.5 + 3 \left(\frac{-6}{100} \right)$$

$$= 8.5 + \left(\frac{-18}{100} \right)$$

$$= 8.5 - 0.18$$

$$= 8.32$$

اعداد و شمار کا درمیانہ 8.32 ہے۔

7۔ مندرجہ مندرجہ بناؤ ایک کلاس کے ایک 30 طلباء کے اوزان کا دکھاتا ہے، طلباء کا وسطانیہ وزن معلوم کیجئے۔

C.I وزن (کلوگرام)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75
f طلباء کی تعداد	2	3	8	6	6	3	2

C.I	f_i	c.f
40-45	2	2
45-50	3	5
50-55	8	13
55-60	6	19
60-65	6	25
65-70	3	28
70-75	2	30
	$\Sigma f_i=30$	



وسطانیہ

$$= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

$$= 55 + \left(\frac{15 - 13}{6} \right) \times 5$$

$$= 55 + \left(\frac{2}{6} \right) \times 5$$

$$= 55 + 1.67$$

$$= 56.67 \text{ kg}$$

طلباء کا وسطانیہ وزن 56.67 کلوگرام ہے۔

جہاں، وسطانیہ کلاس 55-60
 l وسطانیہ کلاس کی نچلی حد 55
 n مشاہدات کی تعداد 30
 f وسطانیہ کلاس کا تعداد 6
 cf وسطانیہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعداد 13
 h کلاس وقفہ کا سائز 5

11.4

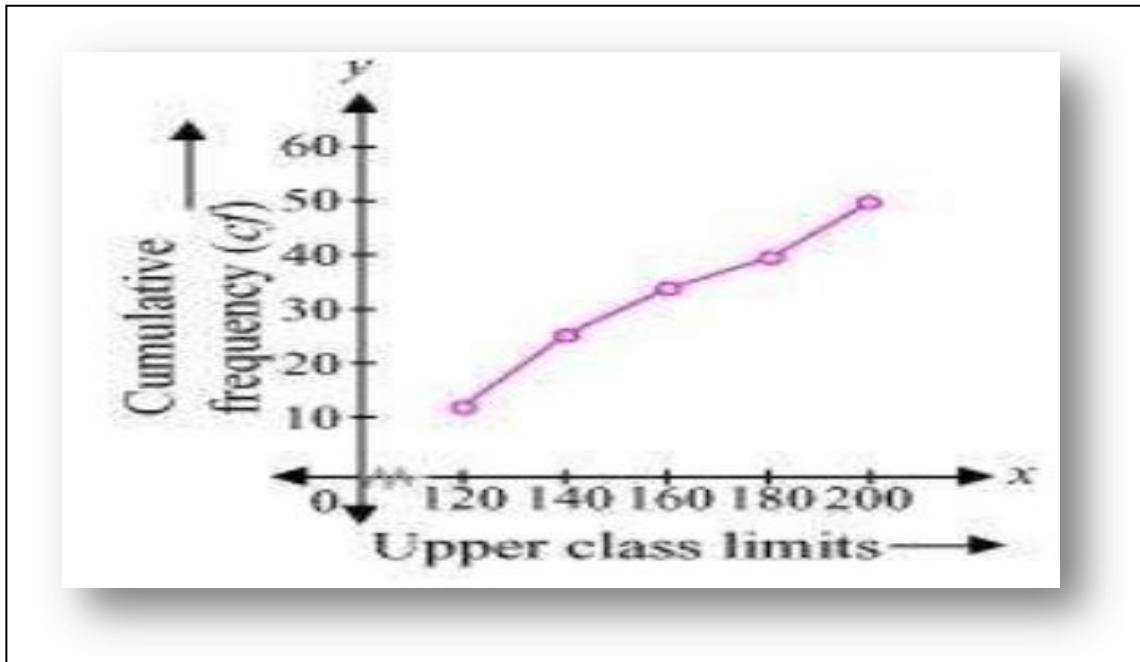
1- مندرجہ ذیل ہٹاؤ ایک فیکٹری کے 50 ملازموں کی روزانہ آمدنی کو دکھاتا ہے۔

180-200	160-180	140-160	120-140	100-120	روزانہ آمدنی (روپیوں میں)
10	6	8	14	12	ملازموں کی تعداد

مذکورہ بالا ہٹاؤ کو، سے کم قسم کے مجموعی تعداد ہٹاؤ میں بدلنے اور اوجیو بنائیے۔

C.I روزانہ آمدنی (روپیوں میں)	ملازموں کی تعداد f	سے کم قسم کا مجموعی تعداد	
100-120	12	120 سے کم	12
120-140	14	140 سے کم	26
140-160	8	160 سے کم	34
160-180	6	180 سے کم	40
180-200	10	200 سے کم	50
کل	$\sum f_i = 50$		

گراف پر اوپری کلاس حد کو x- محور اور مجموعی تعداد کو y- محور پر لیتے ہوئے مندرجہ نقات کو پلاٹ کرنے پر،



2- ایک کلاس کے 35 طلباء کے میڈیکل جانچ کے دوران ریکارڈ کئے گئے ان کے وزن مندرجہ ذیل ہیں۔

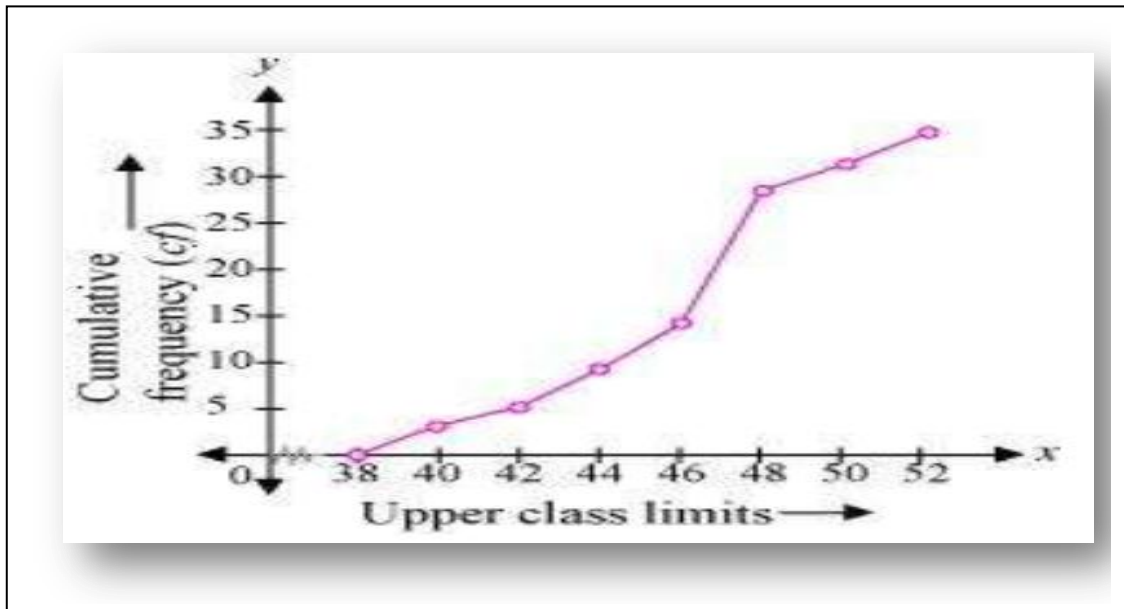
وزن کلوگرام میں	38 سے کم	40 سے کم	42 سے کم	44 سے کم	46 سے کم	48 سے کم	50 سے کم	52 سے کم
طلباء کی تعداد	0	3	5	9	14	28	32	35

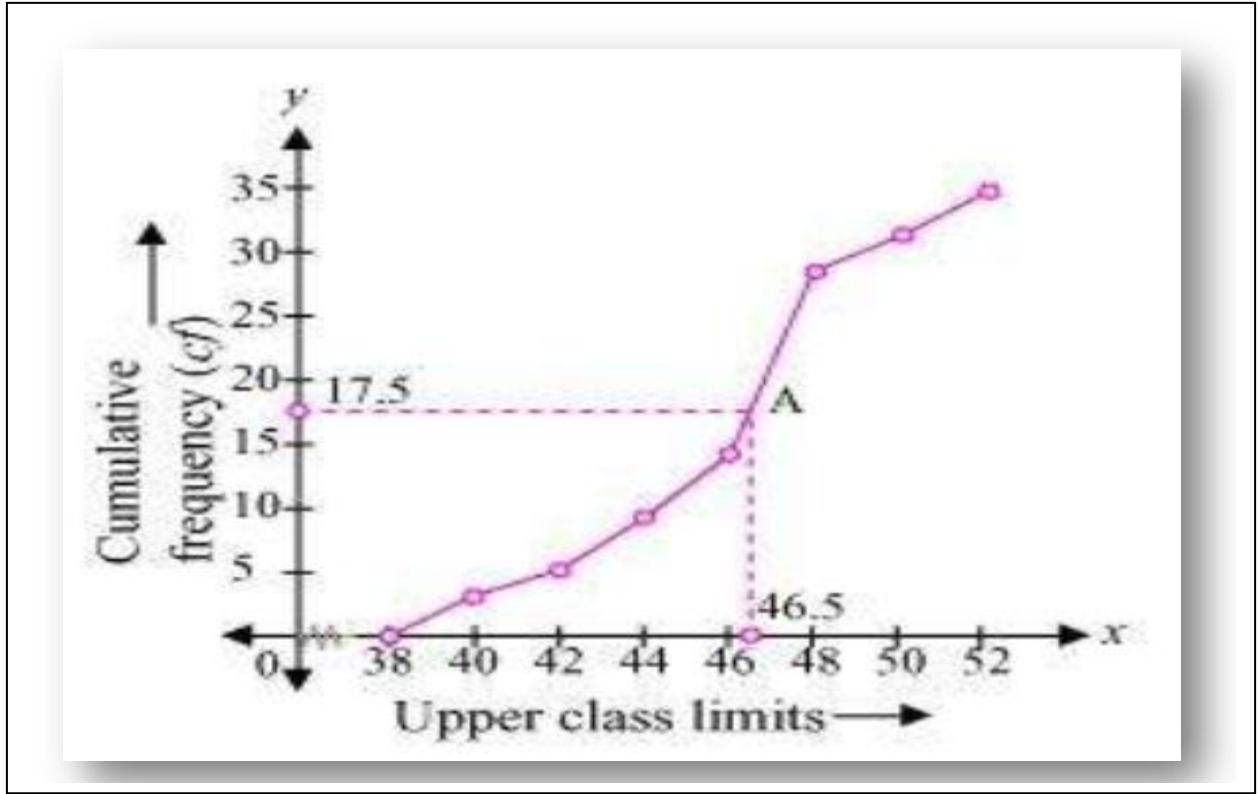
مذکورہ بالا بناؤ کو سے کم قسم کے بناؤ میں تبدیل کیجئے اور او جیو بنائیے۔ اور گراف سے وسطانیہ معلوم کرتے ہوئے ضابطہ سے تصدیق کیجئے۔

وزن کلوگرام میں	طلباء کی تعداد	سے کم قسم کا مجموعی تعدد	
36-38	0=0	38 سے کم	0
38-40	3-0=3	40 سے کم	3
40-42	5-3=2	42 سے کم	5
42-44	9-5=4	44 سے کم	9
44-46	14-9=5	46 سے کم	14=cf
46-48	28-14=14f	48 سے کم	28
48-50	32-28=4	50 سے کم	32
50-52	35-32=3	52 سے کم	35
کل	$\sum f_i = 35$		

گراف پر اوپری کلاس حد کو x- محور اور مجموعی تعدد کو y- محور پر لیتے ہوئے مندرجہ نقات

(38,0), (40,3), (42,5), (44,9), (46,14), (48,28), (50,32), (52,35) کو پلاٹ کرنے پر،





گراف سے وسطانیہ 46.5 کلوگرام



$$\begin{aligned}
 \text{وسطانیہ} &= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h \\
 &= 46 + \left(\frac{17.5 - 14}{14} \right) \times 2 \\
 &= 46 + \left(\frac{3.5}{7} \right) \\
 &= 46 + 0.5 \\
 &= 46.5 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

جہاں، وسطانیہ کلاس 46-48
 l وسطانیہ کلاس کی پچلی حد 46
 n مشاہدات کی تعداد 35
 f وسطانیہ کلاس کا تعداد 14
 cf وسطانیہ کلاس کے اوپر کا مجموعی تعداد 14
 h کلاس وقفہ کا سائز 2

طلبا کا وسطانیہ وزن 46.5 کلوگرام ہے۔

3- مندرجہ ذیل جدول میں ایک دیہات کے 100 کھیتوں میں گیہوں کی فی ہیکٹیئر پیداوار کو دکھایا گیا ہے۔

75-80	70-75	65-70	60-55	55-60	50-55	پیداوار اور کلوگرام فی ہیکٹیئر
16	38	24	12	8	2	کھیتوں کی تعداد

اس بٹاؤ کو، سے زیادہ قسم کے بٹاؤ میں تبدیل کیجئے اور اس کا اوجیو بنائیے۔

پیداوار اور کلوگرام فی ہیکٹیئر	کھیتوں کی تعداد	سے زیادہ قسم کا مجموعی تعدد	
50-55	2	50 اور 50 سے زیادہ	100=100
55-60	8	55 اور 55 سے زیادہ	100-2=98
60-65	12	60 اور 60 سے زیادہ	98-8=90
65-70	24	65 اور 65 سے زیادہ	90-12=78
70-75	38	70 اور 70 سے زیادہ	78-24=54
75-80	16	75 اور 75 سے زیادہ	54-38=16
کل	$\sum f_i = 100$		

گراف پر نچلی کلاس حد کو x- محور اور مجموعی تعدد کو y- محور پر لیتے ہوئے مندرجہ نقطہ

(70,54), (75,16), (50,100), (55,98), (60,90), (65,78) کو پلاٹ کرنے پر،

