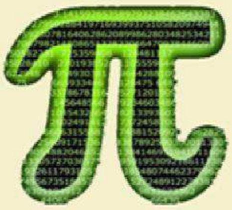
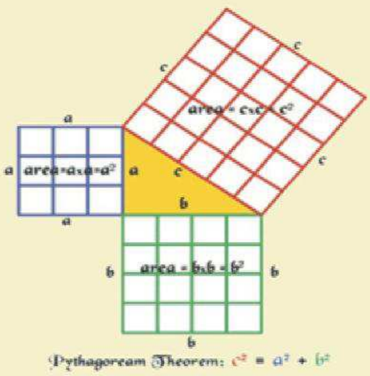
ಜ್ಞಾನ–ಶೀಲ–ಏಕತೆ

ಗಣಿತ ಗ್ಲೂಕೋಸ್

2018–19 ಎಸ್ ಎಸ್ ಎಲ್ ಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ





ಶ್ರೀ ಸುರೇಶ ಸಿ ಮನಹಳ್ಳಿ ಎಂ.ಎಸ್ಸಿ., ಬಿ.ಎಡ್.

ಬಿ.ಎಲ್.ಡಿ.ಇ ಸಂಸ್ಥೆಯ

ಎಸ್.ಡಿ.ಎಸ್.ಜಿ ಪ ಪೂ ಕಾಲೇಜ (ಮಾ.ವಿ). ಸಾವಳಗಿ

ತಾ॥ ಜಮಖಂಡಿ ಜಿ॥ ಬಾಗಲಕೋಟ

ಫೋನ್ ನಂ : 9008208739

ಭಾಗ – 01				
ಕ್ರ.ಸಂ	ಘಟಕದ ಹೆಸರು	ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಅಂಕಗಳ ವಿತರಣೆ	ಅಂಕಗಳು
1	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು	03	1+1+4	06
2	ತ್ರಿಭುಜಗಳು	04	1+1+2+4	08
3	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	03	2+2+4	08
4	ವೃತ್ತಗಳು	02	1+3	04
5	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	02	1+2	03
6	ರಚನೆಗಳು	02	2+3	05
7	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	03	1+2+2	05
8	ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	03	1+1+2	04
	ಒಟ್ಟು	**22**		**43**
ಭಾಗ – 02				
9	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	04	1+1+2+2	06
10	ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು	03	1+2+3	06
11	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	02	2+3	05
12	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	02	2+2	04
13	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	02	3+3	06
14	ಸಂಭವನೀಯತೆ	02	1+2	03
15	ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	03	1+2+4	07
	ಒಟ್ಟು	**18**		**37**
	ಅಂತೂ ಒಟ್ಟು	40		**80**

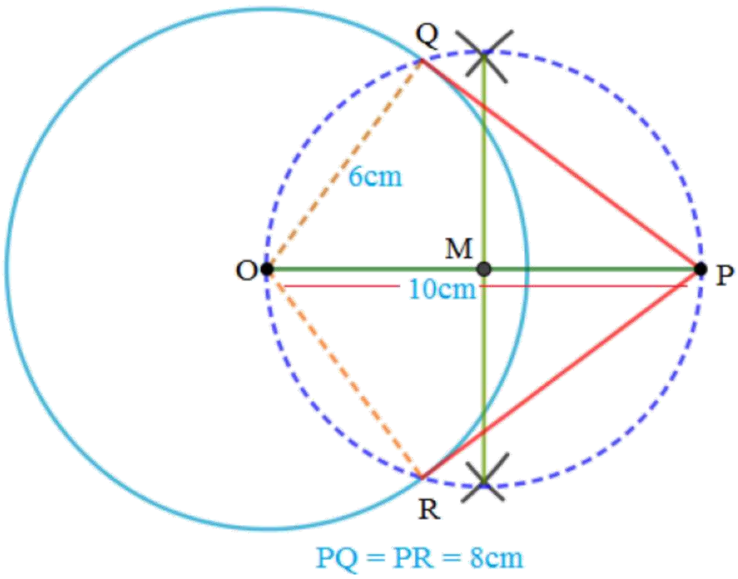
ಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರೌಢ ಶಿಕ್ಷಣ ಪರೀಕ್ಷಾ ಮಂಡಳಿಯು ಕಠಿಣತೆಗೆ ನೀಡಿದ ಆದ್ಯತೆ :

ಸುಲಭ – 24 ಅಂಕಗಳು (30%) **ಸಾಮಾನ್ಯ – 40 ಅಂಕಗಳು (50%)** ಕಠಿಣ – 16 ಅಂಕಗಳು (20%)
ಇದರ ಅರ್ಥ 64 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಅಭ್ಯಾಸಿಸಿದರೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಪಡೆಯಬಹುದು.

–: ಚಿತ್ರಗಳು (12ಅಂಕಗಳು) : –

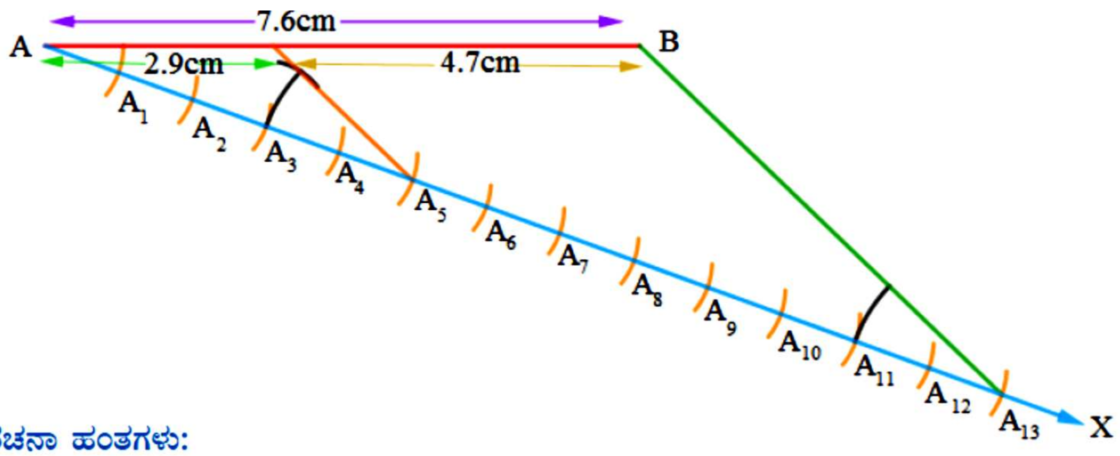
1) ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.(2ಅಂಕಗಳು)

6cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10cm ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



2) ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು. (2ಅಂಕಗಳು)

7.6cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5 : 8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.

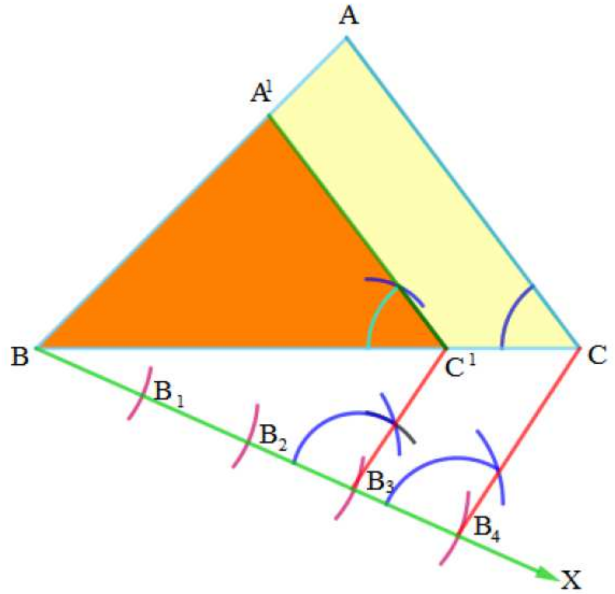


ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	AB ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಒಂದು ಕಿರಣ AX ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 2	$AA_1 = A_1A_2 = \ldots = A_{12}A_{13}$ ಆಗುವಂತೆ AX ನ ಮೇಲೆ $A_1, A_2, \ldots A_{13}$ ಎಂಬ 13 ($\because$ 5+8=13) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 3	BA_{13} ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.
ಹಂತ 4	AB ಯನ್ನು `C^1 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ A_3 ಯಲ್ಲಿ AA_5B ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದರಿಂದ A_5B ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

3) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ. (3ಅಂಕಗಳು)

ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಗೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ 3/4 ರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ [ಅಂದರೆ, ಅನುಪಾತಾಂಕ 3/4 ಇರುವಂತೆ]



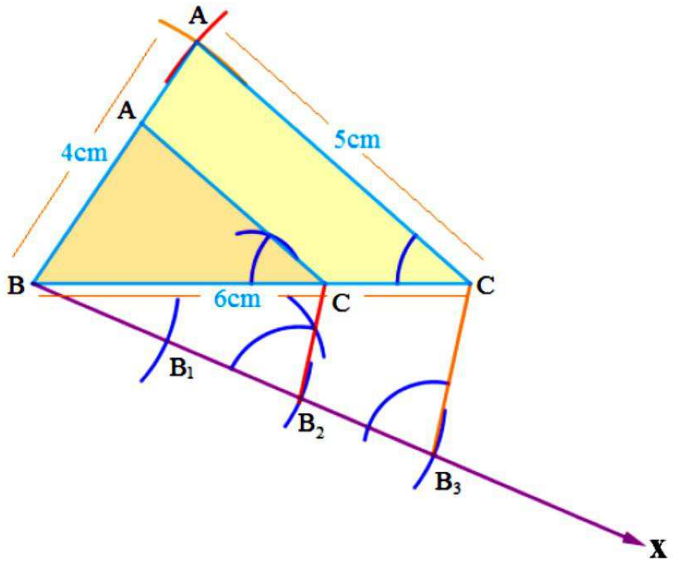
ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು BC ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಒಂದು ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 2	$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2, B_3 ಮತ್ತು B_4 ಎಂಬ 4 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು($\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿನ 3 ಮತ್ತು 4 ರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು) ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 3	B_4, C ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು B_4C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_3 (3ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿನ 3 ಮತ್ತು 4 ರಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕದು) ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು BC ಯನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 4	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು BA ಯನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ ಈಗ ΔA^1BC^1 ಯು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಸಮರ್ಥನೆ:

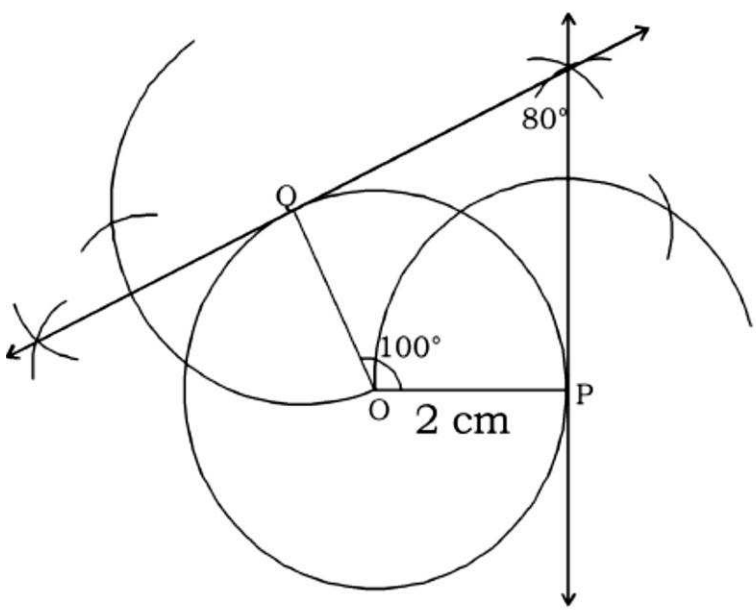
$\frac{BC^1}{C^1C} = \frac{3}{1}$
$\therefore \frac{BC}{BC^1} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$
$\Rightarrow \frac{BC^1}{BC} = \frac{3}{4}$
$C^1A^1 \parallel CA \quad \therefore \Delta A^1BC^1 \sim \Delta ABC$
$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{3}{4}$

32) 4cm,5cm and 6cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ 2/3ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.

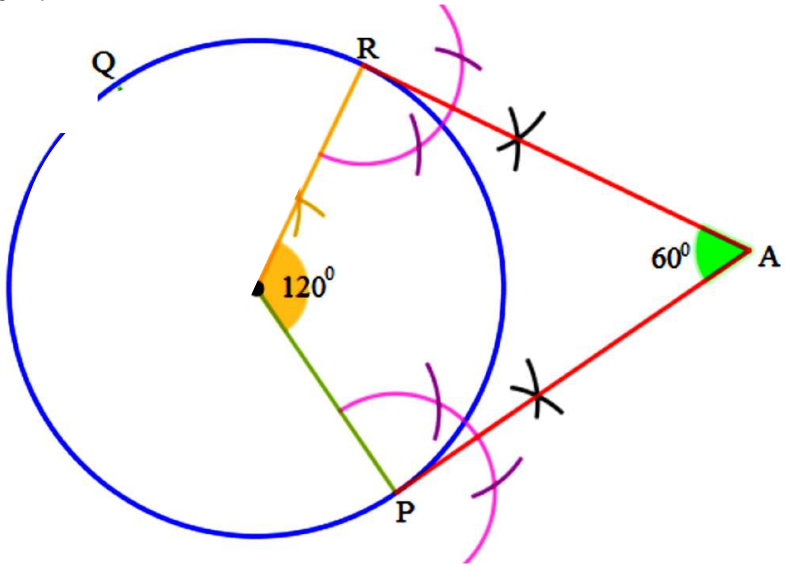


4) ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವೆ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು. (3ಅಂಕಗಳು)

: 2 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 100° ಇರುವಂತೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಕೇಂದ್ರವಲ್ಲದ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



5cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60^0 ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

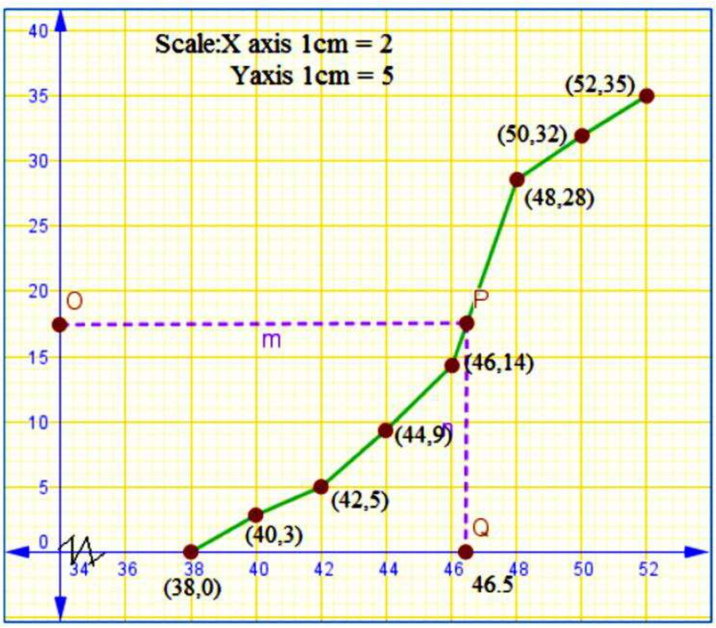


5) ಓಜಿವ್ ರಚನೆ (3ಅಂಕಗಳು) :

ಒಂದು ತರಗತಿಯ 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕಗಳು, ಅವರ ವೈದ್ಯಕೀಯ ತಪಾಸಣೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು.

ವಯಸ್ಸು(ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ)	ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3
42 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
44 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9
46 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
48 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	28
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32
52 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35

ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ "ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನ" ದ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.



6) ಏಕಕಾಲಿಕ ಸಮೀಕರಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಬಿಡಿಸುವುದು. (4ಅಂಕಗಳು)

(i) X ತರಗತಿಯ 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದರು. ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ, ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $= x$, ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ $= y$ ಆಗಿರಲಿ.

$x + y = 10$ (1)

$x - y = 4$ (2)

$x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$

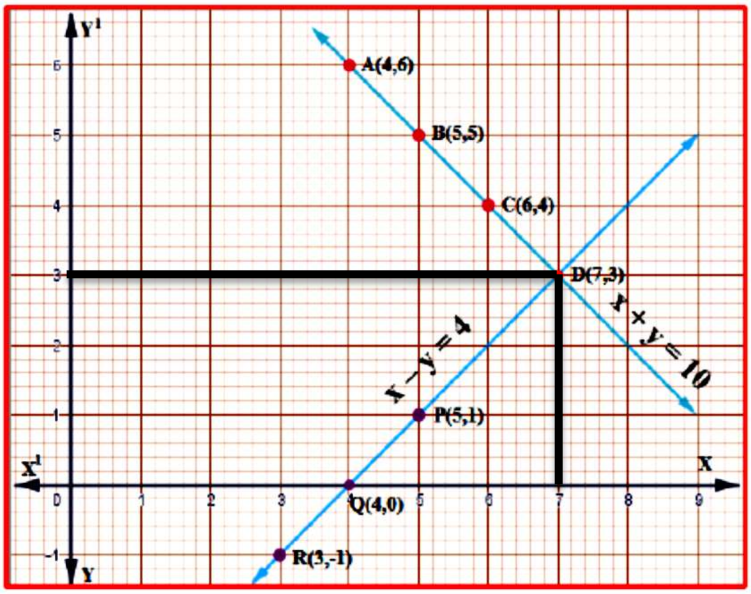
x	5	4	6
$y = 10 - x$	5	6	4

$x = 5 \Rightarrow y = 10 - 5 = 5$
$x = 4 \Rightarrow y = 10 - 4 = 6$
$x = 6 \Rightarrow y = 10 - 6 = 4$

$x - y = 4 \Rightarrow y = x - 4$

x	5	4	3
$y = x - 4$	1	0	–1

$x = 5 \Rightarrow y = 5 - 4 = 1$
$x = 4 \Rightarrow y = 4 - 4 = 0$
$x = 3 \Rightarrow y = 3 - 4 = -1$



ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು (7, 3) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

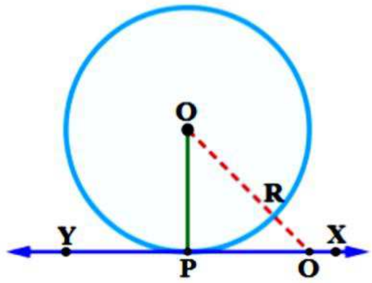
ಆದ್ದರಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಪರಿಹಾರ

$x = 7$, $y = 3$ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $= 7$, ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ $= 3$

–: ಪ್ರಮೇಯಗಳು (7 ಅಂಕಗಳು) : –

ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (3ಅಂಕಗಳು)

ಪ್ರಮೇಯ 1 : ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ XY ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $OP \perp XY$

ರಚನೆ: P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, XY ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು Q ಆಗಿರಲಿ OQ ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: Q ಸ್ಪರ್ಶಕ XY ಮೇಲೆ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು P ಯನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ Q ವೃತ್ತದ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

[∵ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ವೃತ್ತದೊಂದಿಗೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು ವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.]

OQ ವೃತ್ತವನ್ನು R ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

$\therefore$ $OP = OR$ [∵ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು]

ಈಗ, $OQ = OR + RQ$

$\Rightarrow OQ > OR$

$\Rightarrow OQ > OP$ [$\because OP = OR$]

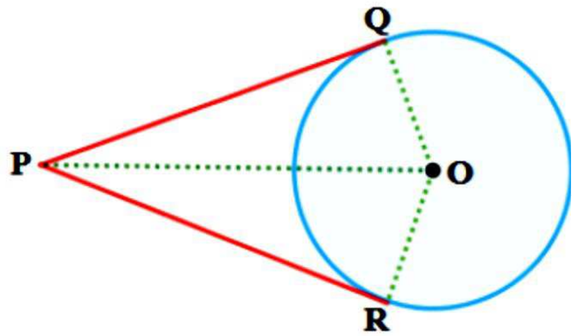
ಆದ್ದರಿಂದ, OP ಯು O ನಿಂದ XY ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆಳೆದ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರವಾಗಿದೆ.

$\therefore$ $OP \perp XY$ [∵ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ರೇಖೆಗಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರವು ಆ ರೇಖೆಗೆಳೆದ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.]

ಪ್ರಮೇಯ 2: ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ P ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು. PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು P ನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

OP, OQ, OR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.



ಸಾಧನೀಯ: $PQ = PR$

ಸಾಧನೆ: ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ OQP ಮತ್ತು ORP ಗಳಲ್ಲಿ,

$OQ = OR$ (ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$OP = OP$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

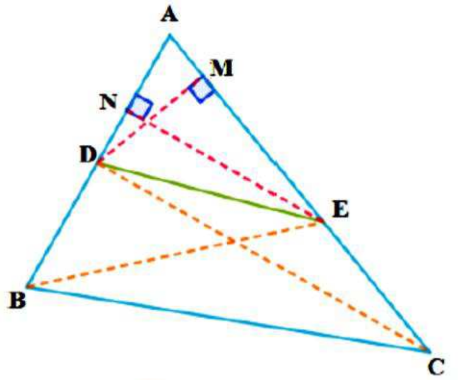
ಆದ್ದರಿಂದ, $\Delta OQP \cong \Delta ORP$ (ಲಂ.ವಿ.ಬಾ)

ಇದರಿಂದ, $PQ = PR$ (ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾ.)

ತ್ರಿಭುಜ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (4 ಅಂಕಗಳು)

ಪ್ರಮೇಯ–1 ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ BC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯು AB ಮತ್ತು AC ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿವೆ.

ಸಾಧನೆ: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$,

ರಚನೆ: BE ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು. $DM \perp AC$ ಮತ್ತು $EN \perp AB$ ಎಳೆಯಬೇಕು

ಸಾಧನೆ: ವಿ(ADE) $= \frac{1}{2} \times AD \times EN$ --- (1) [∵ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}$ x ಪಾದ x ಎತ್ತರ]

ಆದೇ ರೀತಿ ವಿ(BDE) $= \frac{1}{2} \times DB \times EN$ --- (2)

ವಿ(ADE) $= \frac{1}{2} \times AE \times DM$ ಮತ್ತು ವಿ(DEC) $= \frac{1}{2} \times EC \times DM$

ಆದ್ದರಿಂದ

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} = \frac{AD}{DB}$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta CED)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC}$$

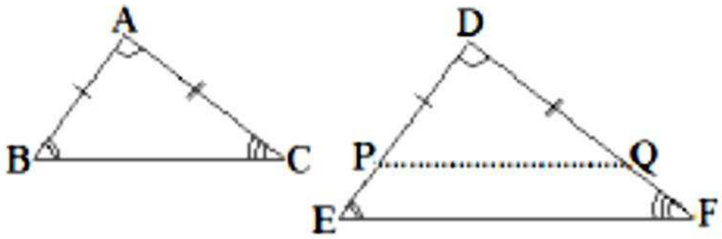
ΔBDE ಮತ್ತು DEC ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DF ಮತ್ತು $BC \parallel DE$ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿ(ΔBDE) = ವಿ(ΔDEC) --- (3)

ಆದ್ದರಿಂದ (1), (2) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

ಪ್ರಮೇಯ–2 (ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೋನ – ಕೋನ – ಕೋನ (ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ) ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ) ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ) ಅದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ ಮತ್ತು $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ (<1) ಮತ್ತು $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ರಚನೆ: $DP = AB$ ಮತ್ತು $DQ = AC$ ಆಗುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ PQ ವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

ಸಾಧನೆ: ΔABCಮತ್ತು ΔDPQಗಳಲ್ಲಿ ,

$AB = DP$ (ರಚನೆ)

$AC = DQ$ (ರಚನೆ)

$\angle A = \angle D$ (ದತ್ತ)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DPQ$ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ.ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ)

$\Rightarrow \angle B = \angle P$

ಆದರೆ $\angle B = \angle E$ (ದತ್ತ)

$\therefore \angle P = \angle E$

ಇವು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು

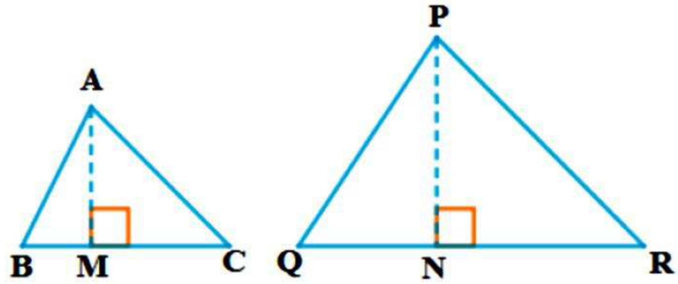
$\therefore PQ \parallel EF$

$\therefore \frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{QD}{FD}$ $\because$ ಥೇಲ್ಸ್ ನ ಉಪಪ್ರಮೇಯ

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ $\because \Delta ABC \cong \Delta DEF$

ಪ್ರಮೇಯ–3 (ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು)

ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2$

ರಚನೆ: ΔABC ಯ ಎತ್ತರ AM ಮತ್ತು ΔPQRನ ಎತ್ತರ PN ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ: $ವಿ(ABC) = \frac{1}{2} \times BC \times AM$

ಮತ್ತು $ವಿ(PQR) = \frac{1}{2} \times QR \times PN$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \text{ x } BC \text{ x } AM}{\frac{1}{2} \text{ x } QR \text{ x } PN} = \frac{BC \text{ x } AM}{QR \text{ x } PN}$ - - - - - (1)

ಈಗ ΔABM ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle B = \angle Q \quad (\because \Delta ABC \sim \Delta PQR)$

ಮತ್ತು $\angle M = \angle N = 90^0$ [ಎತ್ತರಗಳು ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ]

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABM \sim \Delta PQN$ ($\because$ AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$ - - - - - - - (2)

ಅಲ್ಲದೆ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ($\because$ ದತ್ತ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ - - - -(3)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \frac{AB}{PQ} \text{ X } \frac{AM}{PN}$ --------- [$\because$(1) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ]

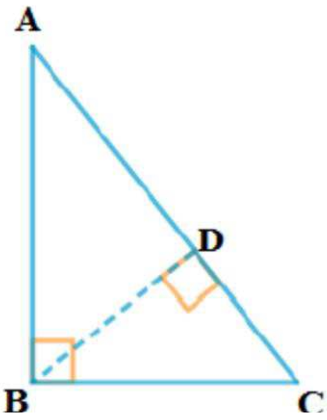
$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \frac{AB}{PQ} \text{ X } \frac{AB}{PQ} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$ ($\because$ (2) ರಿಂದ)

ಈಗ ಸಮೀಕರಣ (3) ರಿಂದ

$$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2$$

ಪ್ರಮೇಯ–4 (ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ)

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^0$

ಸಾಧನೀಯ: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ: $BD \perp AC$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ ($\because$ ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ ($\because$ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ)

ಅಥವಾ $AD.AC = AB^2$ ----------(1)

ಅಲ್ಲದೆ $\Delta BDC \sim \Delta ABC$ ($\because$ ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$

ಅಥವಾ $CD.AC = BC^2$ ----------(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ

$AD.AC + CD.AC = AB^2 + BC^2$

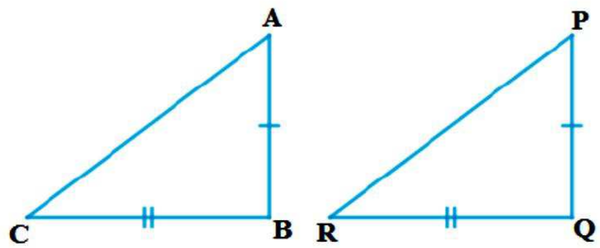
ಅಥವಾ $AC\,(AD+CD) = AB^2 + BC^2$

ಅಥವಾ $AC \times AC = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

ಪ್ರಮೇಯ–5 (ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ)

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ಸಾಧನೀಯ: $\angle B = 90^0$

ರಚನೆ: $\angle Q = 90^0$ ಮತ್ತು $PQ = AB$,

$QR = BC$ ಇರುವಂತೆ ΔPQR ನ್ನು ರಚಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:

ΔPQR ನಲ್ಲಿ,

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ($\because$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ $\angle Q = 90^0$ ಆಗಿರುವಾಗ)

$PR^2 = AB^2 + BC^2$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ) -------------- (1)

ಆದರೆ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ($\because$ ದತ್ತ) --------------(2)

ಆದ್ದರಿಂದ $AC = PR$ ($\because$ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ) -----------(3)

$AB = PQ$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ)

$BC = QR$

$AC = PR$ ($\because$ (3) ರಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದೆ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ($\because$ ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle B = \angle Q$ ($\because$ ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾ)

ಆದರೆ $\angle Q = 90^0$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle B = 90^0$

1) 2, 7, 12 ...... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : a = 2, d = 7 – 2 = 5 ಮತ್ತು n = 10

$a_n = a + (n - 1)d$

ಆದ್ದರಿಂದ $a_{10} = 2+ (10 - 1)5 = 2 +(9)5 = 2 + 45 = 47$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದ $a_{10} = 47$

2) ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

12, 15, 18 99

$a = 12, d = 3, a_n = 99$

$a + (n - 1)d = a_n$

$12 + (n - 1)3 = 99$

$12 + 3n - 3 = 99$

$3n + 9 = 99$

$3n = 99 - 9$

$3n = 90$

$n = 30$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಅಂಕೆಗಳ 30 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

3) 21, 18, 15.....ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು –81 ಆಗಿದೆ? & ಯಾವುದೇ ಪದ 0 ಆಗಿದೆಯೆ?

ಪರಿಹಾರ: ಇಲ್ಲಿ a = 21, d = 18 - 21 = -3 ಮತ್ತು $a_n = -81$ n = ?

$an = a + (n - 1)d$

$-81 = 21 + (n - 1) (-3)$

$-81 = 24 - 3n$

$-105 = -3n$

$n = -105/-3 = 35$ $n = 35$ ∴ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 35ನೇ ಪದ = –81 ಆಗಿದೆ.

ಯಾವುದಾದರೊಂದು n ಗೆ $a_n = 0$ ಆಗಿದೆಯೇ?

$a_n = a + (n - 1)d$

$0 = 21 + (n - 1) (-3)$

$0 = 21 -3 n +3$

$3n = 24$ ∴ $n = 8$ ಆದ್ದರಿಂದ 8ನೇ ಪದವು 0 ಆಗಿದೆ

4) 2, 7, 12 ...... ರ 10 ಪದಗಳವರೆಗೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$a = 2, \ d = a_2 - a_1 = 7 - 2 = 5, n = 10$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1) d]$

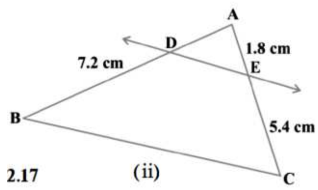
$S_{10} = \frac{10}{2}[2(2) + (10 - 1) \times 5]$

$S_{10} = 5[4 + (9) \times (5)]$

$S_{10} = 5 \times 49 = 245$

5) DE|| BC ಆದರೆ AD ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ?

$\because \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ [∵ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ]



$\Rightarrow \frac{AD}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$

$\Rightarrow AD = \frac{1.8x7.2}{5.4} = \frac{18x7.2}{54}$

$\Rightarrow AD = 2.4$ cm.

6) Δ ABC ~Δ DEF, ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $64cm^2$ ಮತ್ತು $121cm^2$ ಗಳಾಗಿದ್ದು EF=15.4cm ಆದರೆ BCಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ :

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 64\ cm^2$

ΔDEF ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 121\ cm^2$

$EF = 15.4\ cm$

$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$ [$\because \Delta ABC \sim \Delta DEF$]------------(i)

$\frac{64}{121} = \frac{BC^2}{EF^2}$

$\Rightarrow \frac{8^2}{11^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$

$\Rightarrow \frac{8}{11} = \frac{BC}{EF}$

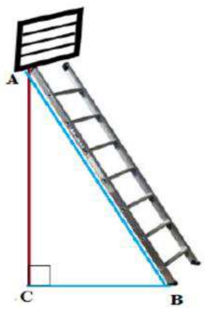
$\Rightarrow \frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4}$

$\Rightarrow BC = \frac{8}{11} x 15.4$

$\Rightarrow BC = 8 \times 1.4$

$\Rightarrow BC = 11.2\ cm$

7) 10m ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?



ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರ CA = 8m, ಏಣಿಯ ಉದ್ದ AB = 10m

∴ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$10^2 = 8^2 + BC^2$

$BC^2 = 100 - 64$

$BC^2 = 36$

$BC = 6m$

ಆದ್ದರಿಂದ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ 6ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

8) **$x + y = 14$ & $x - y = 4$ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.**

$x + y = 14$ (1)

$x - y = 4$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow x = 14 - y$ (3)

x ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$14 - y - y = 4$

$14 - 2y = 4$

$-2y = 4 - 14$

$-2y = -10$

$y = \frac{-10}{-2} = 5$ $y = 5$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 14 - y = 14 - 5 \Rightarrow x = 9$

$\therefore x = 9,\ y = 5$

9) $2x + 3y = 11$ & $2x - 4y = -24$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ ಮತ್ತು $y = mx + 3$ ರಲ್ಲಿ m ನ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$2x + 3y = 11$ (1)

$2x - 4y = -24$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) $\Rightarrow 2x = 4y - 24 \Rightarrow x = 2y - 12$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$2(2y - 12) + 3y = 11$

$4y - 24 + 3y = 11$

$7y = 11 + 24$

$7y = 35$

$y = 5$

$y = 5$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 2x5 - 12 = 10 - 12 = -2$

$\therefore x = -2, \quad y = 5$

$y = mx + 3$

10) $3x + 4y = 10$ ಮತ್ತು $2x - 2y = 2$ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$3x + 4y = 10$ . . . . (i) $\times 2$

$2x - 2y = 2$ . . . . (ii) $\times 3$

$\cancel{6x} + 8y = 20$

$_{(-)}\cancel{6x} \;_{(+)}- 6y = \;_{(-)}6$

$14y = 14$

$Y = 14/14 = 1$

$Y=1$ ಬೆಲೆಯನ್ನು (i) ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿ

$3x + 4y = 10$

$3x + 4(1) = 10$

$3x = 10 - 4$

$3x = 6 \qquad X = 6/3 = 2$

$\therefore$ **x=2 y=1**

11) 2x+y =6 ಮತ್ತು 2x-y =2ಆದರೆ x ಮತ್ತು y ಬೆಲೆಗಳನು ್ನ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಉತ್ತರ : $\cancel{2x} + y = 6$ ......(i)

$_{(-)}\cancel{2x} \;_{(+)}- y = \;_{(-)}2$ ....(ii)

$2y = 4$

$Y = 4/2 = 2$

$Y=2$ ನ್ನು (i) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿ

$2x + 2 = 6$

$2x = 6-2 \qquad X = 4/2 = 2$

$\therefore \; x = 2 \;\; y = 2$

12) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಗೌರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಗಣೇಶನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರುಪಟ್ಟು ಆಗಿತ್ತು, ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಗೌರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಗಣೇಶನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗದರೆ ಗೌರಿ ಮತ್ತು ಗಣೇಶನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ಉತ್ತರ : ಗೌರಿ ವಯಸ್ಸು = x ಆಗಿರಲಿ ಗಣೇಶನ ವಯಸ್ಸು = y ಆಗಿರಲಿ

5 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ : $x-5 = 3(y-5)$

$x-5 = 3y-15$

$x = 3y-15+5$

$x = 3y-10$ . . . . . . (i)

10 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ : $x+10 = 2(y+10)$

$X+10 = 2y+20$

$X = 2y+20-10$

$X = 2y+10$ . . . . . . (ii)

(i) & (ii) ರಿಂದ

$3y-10 = 2y+10$

$3y-2y = 10+10$

$Y = 20$

Y = 20 ನ್ನು (i) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿ

$X = 3y-10$

$= 3(20)-10$

$= 60-10$

$= 50$

∴ ಗೌರಿ ವಯಸ್ಸು = x = 50 ವರ್ಷ ಗಣೇಶನ ವಯಸ್ಸು = y = 20 ವರ್ಷ

13) (2, 3) &(4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $(x_1, y_1) = (2, 3)$, $(x_2, y_2) = (4, 1)$

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$d = \sqrt{(4-2)^2+(1-3)^2}$

$d = \sqrt{(2)^2+(-2)^2}$

$d = \sqrt{4+4} = \sqrt{2\times 4}$

$d = 2\sqrt{2}$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

14) A (2,3), B (4, k) ಮತ್ತು C(6,-3) ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳ ರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ kಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ,

ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 0 ಯಾಗಿರಲೇಬೇಕು. ಅಂದರೆ

$\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)] = 0$

$\frac{1}{2}[2(k-(-3))+4(-3-3)+6(3-k)] = 0$

$\frac{1}{2}[2(k+3)+4(-6)+6(3-k)] = 0$

$\frac{1}{2}[2k+6-24+18-6k] = 0$

$\frac{1}{2}(-4k) = 0$

$k = 0$

15) $3+\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow 3 + 2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p-2q}{2q}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{p-2q}{2q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

16) √3 ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳಿಗೆ 1 ರ ಹೊರತು ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಈಗ, $\sqrt{3} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{3}q = p$

ಎರಡೂ ಬದಿ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ,

$(\sqrt{3}q)^2 = p^2$

$\Rightarrow 3q^2 = p^2$ (1)

$\Rightarrow 3, p^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 3,$ p ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ $p = 3m$ ಆಗಿರಲಿ,

(1) $\Rightarrow 3q^2 = (3m)^2$

$\Rightarrow q^2 = 3m^2$

$\Rightarrow 3, q^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 3,$ q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ 3, p ಮತ್ತು q ಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

17) $p(x) = 6x^2 - 3 - 7x$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$= 6x^2 - 7x - 3$

$= 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3)$

$= (3x + 1)(2x - 3)$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $x = \frac{3}{2}$ ಗಳು $6x^2 - 3 - 7x$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು.

18) ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ 1/4 ಹಾಗೂ ಗುಣಲಬ್ಧ –1 ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $ax^2 + bx + c$ ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆಗಿರಲಿ.

$$\alpha + \beta = \frac{1}{4} = \frac{-(-1)}{4} = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta = -1 = \frac{-4}{4} = \frac{c}{a}$$

$\Rightarrow a = 4, b = -1$ ಮತ್ತು $c = -4$

$\therefore$ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $4x^2 - x - 4$

19) ***$x^2 + 7x + 10$*** **ಎಂಬ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

$x^2 + 7x + 10 = 0$

$x^2 + 5x + 2x + 10 = 0$

$x(x + 5) + 2(x + 5) = 0$

$(x + 2)(x + 5) = 0$

$x + 2 = 0 \quad x + 5 = 0$

$x = -2 \quad x = -5$ $\therefore$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು **–2, –5**

20) $2x^2 + 3x + 1$ ನ್ನು $x + 2$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

$x + 2)\ 2x^2 + 3x + 1\ (2x - 1$

$\quad {}_{(-)}2x^2\ {}_{(-)}+4x$

$\quad -x + 1$

$\quad -x - 2$

$\quad 3$

ಭಾಗಲಬ್ಧವು $(2x - 1)$ ಮತ್ತು ಶೇಷವು 3

21) $3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ನ್ನು $1 + 2x + x^2$ ದಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ.

$\boldsymbol{x^2 + 2x + 1\ )\ \ 3x^3 + x^2 + 2x + 5\ (}\ 3x - 5$

$\quad {}_{(-)}3x^3\ {}_{(-)}+6x^2\ {}_{(-)}+3x$

$\quad -5x^2 - x + 5$

$\quad -5x^2 - 10x - 5$

$\quad 9x + 10$

ಭಾಗಲಬ್ಧವು $(3x - 5)$ ಮತ್ತು ಶೇಷವು $9x + 10$

22) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$a = 3, \quad b = -5, \quad c = +2$

ಮೂಲಗಳು $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{6}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{6}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{6}$$

$$x = \frac{6}{6} \text{ or } x = \frac{4}{6}$$

$$x = 1 \text{ or } x = \frac{2}{3}$$

23) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರದ ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ $a = 2$, $b = -3$ ಮತ್ತು $c = 5$

ಶೋಧಕ $\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - 4(2)(5)$

$= 9 - 40$

$= -31 < 0$ ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವ : ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

24) $\tan 2A = \cot (A - 18^0)$ ಆದಾಗ A ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ($2A < 90^0$)

$\tan 2A = \cot (A - 18^0)$

$\Rightarrow \cot(90 - 2A) = \cot(A - 18^0)$

$\Rightarrow 90^0 - 2A = A - 18^0$

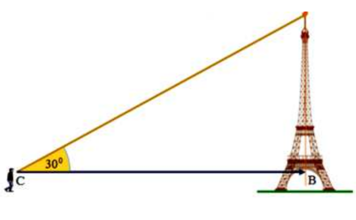
$\Rightarrow 3A = 108^0 \quad \Rightarrow A = 36^0$

25) ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ 30m ದೂರದ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30^0 ಆದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ = AB ಆಗಿರಲಿ.

ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರ BC = 30m

ಲಂಬಕೋನ ΔABC ಯಲ್ಲಿ,



$$\tan 30^0 = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{30}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}\text{m}$$

26) 100m ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ದೀಪ ಸ್ತಂಭದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಅದರ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳ ಅವನತ ಕೋನಗಳು 30^0 ಮತ್ತು 45^0 ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಹಡಗು ಮತ್ತೊಂದು ಹಡಗಿನ ಹಿಂಬದಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಹಡಗುಗಳನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ($\sqrt{3} \approx 1.73$ ಎಂದು ಬಳಸಿ)

ಉತ್ತರ : $\Delta ABC \ \angle ACB = 45^0$

$$\tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{100}{BC}$$

$$1 = \frac{100}{BC}$$

BC= 100

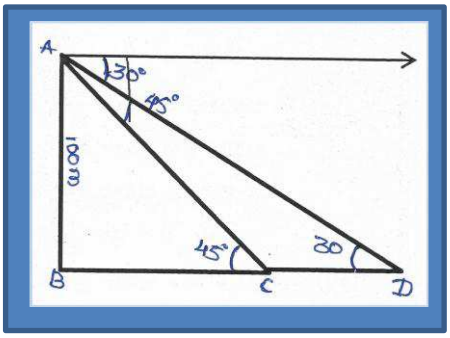
$\Delta ABC \ \angle ACB = 30^0$

$$\tan\theta = \frac{AB}{BD}$$

$$\tan 30 = \frac{100}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{BD}$$

BD= $100\sqrt{3}$



ಹಡಗುಗಳನಡುವಿನ ದೂರ = BD - BC= $100\sqrt{3} - 100$

= 100(1.73) – 100 = 173 – 100 =73m

27) **ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಒಂದ ಸಲ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. 2 ಮತ್ತು 6ರ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಉತ್ತರ : 2 ಮತ್ತು 6ರ ನಡುವಿನ ಸಂಖ್ಯೆ = 3, 4 & 5

2 ಮತ್ತು 6ರ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ = 3

2 ಮತ್ತು 6ರ ನಡುವಿನ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ = 3/6 =1/2

28) ಒಂದು ಘನದ ಘನಫಲವು $64cm^3$ ಇದೆ. ಘನದ ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಘನದ ಘನಫಲವು $V = 64cm^3$

$V = a^3$

$a^3 = 64$

$a = \sqrt[3]{64}$

a = 4 cm

ಘನದ ಪೂರ್ಣಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $A = 6a^2$

$= 6(4)^2$

$= 6(16)$

$A = 96\ cm^2$

29) ABCD ಯು 14cm ಬಾಹುವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವಾದರೆ, ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ: ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 14 \times 14\ cm^2 = 196$ cm

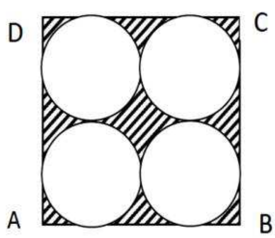
ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತಗಳ ವ್ಯಾಸ $= \frac{14}{2} = 7cm$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $= \frac{7}{2}$ cm

ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2 = \frac{22}{7} x \frac{7}{2} x \frac{7}{2} = \frac{77}{2} cm^2$

ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 4 x \frac{77}{2} = 154cm^2$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= = (196 – 154)= $42cm^2$



30) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
5-15	6
15-25	11
25-35	21
35-45	23
45-55	14
55-65	5
	n=80

ಉತ್ತರ :

ಗರಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯು =23

ಇದು ವರ್ಗಾಂತರ 35 – 45 ರಲ್ಲಿದ್ದು, ಇದು ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರವಾಗಿದೆ.

∴ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ, $l = 35$

ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ, $h = 10$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_1 = 23$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_0 = 21$

ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ $f_2 = 14$

ಬಹುಲಕ $= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

ಬಹುಲಕ $= 35 + \left[\frac{23-21}{2(23)-21-14}\right] \times 10$

ಬಹುಲಕ $= 35 + \left[\frac{2}{46-35}\right] \times 10$

ಬಹುಲಕ $= 35 + \frac{2}{11} \times 10$

ಬಹುಲಕ $= 35 + 1.81$

∴ ಮೇಲಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕವು 36.81 ಆಗಿದೆ.

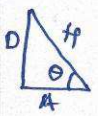
$a = 30$, $h = 10$

31) $4\tan\theta = 3$ ಆದರೆ $\left[\frac{4\sin\theta - \cos\theta + 1}{4\sin\theta + \cos\theta - 1}\right]$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : $4\tan\theta = 3$

$\tan\theta = \frac{3}{4} = \frac{O}{A}$

$H^2 = O^2 + A^2$



$= 3^2 + 4^2$

$= 25$

$H = \sqrt{25}$

$\therefore H = 5$

$\therefore \sin\theta = \frac{O}{H} = \frac{3}{5}$

$\cos\theta = \frac{A}{H} = \frac{4}{5}$

$\frac{4\sin\theta - \cos\theta + 1}{4\sin\theta + \cos\theta - 1} = \frac{4\left(\frac{3}{5}\right) - \left(\frac{4}{5}\right) + 1}{4\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right) - 1}$

$= \frac{\frac{12}{5} - \frac{4}{5} + \frac{1}{1}}{\frac{12}{5} + \frac{4}{5} - \frac{1}{1}}$

$= \frac{\frac{12-4+5}{5}}{\frac{12+4-5}{5}} = \frac{13/5}{16-5/5} = \frac{13}{5} \times \frac{5}{11}$

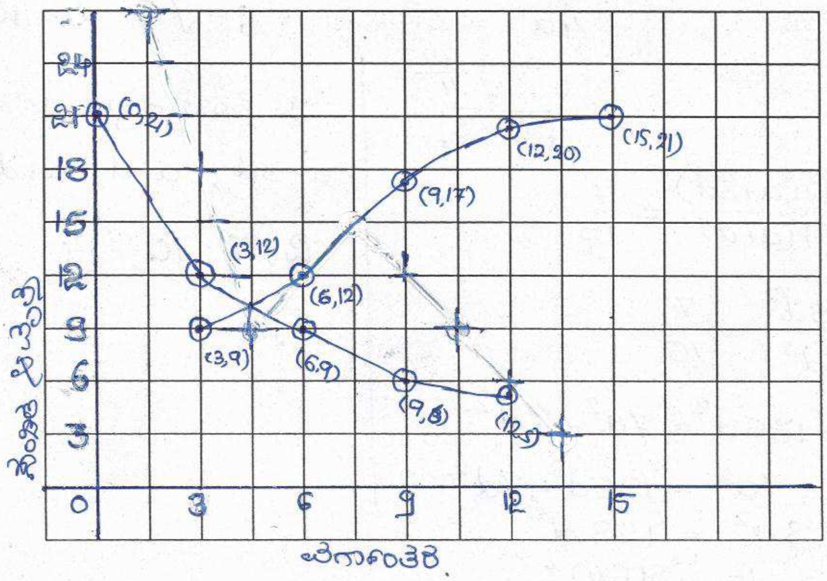
$= \frac{13}{11}$ //

32) ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಓಜೀವ್ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ

ವರ್ಗಾಂತರ	0–3	3–6	6–9	9–12	12–15
ಆವೃತ್ತಿ	9	3	5	3	1

ಉತ್ತರ :

ಕಡಿಮೆ cf	9	12	17	20	21
ಅಧಿಕ cf	21	12	9	6	5



:

32) ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ CI	ಆವೃತ್ತಿ f	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ cf
0-20	6	6
20-40	8	14
40-60	10	24
60-80	12	36
80-100	6	42
100-120	5	47
120-140	3	50
	n=50	

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

ಈ ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕ 60-80 ವರ್ಗಾಂತರದಲ್ಲಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ $l=60$ $cf=24$ $f=12$ $h=20$

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{n/2 - cf}{f}\right] \times h$

$= 60 + \left[\frac{25-24}{\cancel{12}_{3}}\right] \times \cancel{20}^{5}$

$= \frac{60}{1} + \frac{5}{3}$

$= \frac{180+5}{3}$

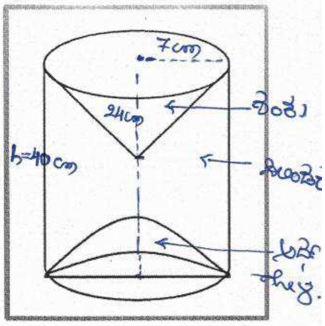
$= \frac{185}{3} = 61.666\ldots$

33) ಮರದಿಂದ ಮಾಡಿದ ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಒಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಅರ್ಧಗೋಳವನ್ನು ಹಾಗೂ ಮತ್ತೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಶಂಕುವಿನಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಒಂದು ವಸ್ತುವನ್ನು ತಯಾರಿಸಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಎತ್ತರ 40cm ಹಾಗೂ ತ್ರಿಜ್ಯ 7cm ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರವು 24cm ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ವಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಸಿಲಿಂಡರ ಎತ್ತರ $h = 40$ cm

ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 7$ cm

ಶಂಕುವಿನ ಎತ್ತರ $h = 24$ cm.



ವಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲ = (ಸಿಲಿಂಡರ ಘನಫಲ) − (ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ + ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ)

i) ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ $V = \pi r^2 h = \frac{22}{7}(7)^2(40) = 6160 \text{ cm}^3$

ii) ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(7)^2(24) = 1232 \text{ cm}^3$

iii) ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ $V = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\left(\frac{22}{7}\right)(7)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$

$= \frac{2156}{3} = 718.66 \text{ cm}^3$

∴ ವಸ್ತುವಿನ ಘನಫಲ $= 6160 - (1232 + 718.66)$

$= 6160 - 1950.66$

$= 4209.34 \text{ cm}^3$.

34) ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 32 ಹಾಗೂ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಅನುಪಾತವು 7:15 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ $(a-3d)(a-d),(a+d),(a+3d)$ ಆಗಿರಲಿ

$a-3d+a-d+a+d+a+3d=32$

$4a=32$

$a=\frac{32}{4}$

$\boxed{a=8}$

$\frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)}=\frac{7}{15}$

$\frac{a^2-9d^2}{a^2-d^2}=\frac{7}{15}$

$15a^2-135d^2=7a^2-7d^2$

$15a^2-7a^2=135d^2-7d^2$

$8a^2=128d^2$

$d^2=\frac{8(64)}{128}$

$d=\sqrt{4}=2.$

∴ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $a=8$ $d=2$

$a-3d,\ a-d,\ a+d,\ a+3d$

$2, 6, 10, 14$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

* **ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ :** ಒಂದು ಶ್ರೇಢಿಯ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಸ್ಥಿರಾಂಕವಾಗಿದ್ದರೆ ಅಂತಹ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

* **ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ :** $a, a+d, a+2d, a+3d$ ....

* **ಪರಿಮಿತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ:** ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿದರೆ ಅದನ್ನು ಪರಿಮಿತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

***ಅಪರಿಮಿತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು :** ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯು ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದರೆ ಅದನ್ನು ಅಪರಿಮಿತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

* ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ a_1, a_2, a_3 .... a_n ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಆದರೆ $\mathbf{d = a_{k+1} - a_k}$

$d = \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1$ ಅನುಕ್ರಮವಲ್ಲದ ಪದಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = (\mathbf{a}_p - \mathbf{a}_q) / p - q$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ nನೇ ಪದವು $\mathbf{a_n = a + (n-1)d}$

* ಕೊನೆಯಪದ l ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ nನೇ ಪದವು $\mathbf{a_n = \mathit{l} - (n-1)d}$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $\mathbf{S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]}$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ (ಕೊನೆಯಪದ) l ಆಗಿದ್ದರೆ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $\mathbf{S_n = \frac{n}{2}[a + \mathit{l}]}$

* $\mathbf{S_1 = a_1}$ $\mathbf{S_2 = a_1 + a_2}$ $\mathbf{S_3 = a_1 + a_2 + a_3}$

ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಬೇಕಾದರೆ

i) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು

ii) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು. (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು)

ಉದಾ: * ಎಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಗಳು ಸಮರೂಪ * ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗಗಳು ಸಮರೂಪ * ಎಲ್ಲಾ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ) : ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ ವಿಲೋಮ : ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಮರೂಪ ಸಂಕೇತ '~'   ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಸಂಕೇತ '≅'

ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೋನ – ಕೋನ – ಕೋನ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ (AAA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ) :
ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ) ಅದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆಯ ಬಾಹು–ಬಾಹು–ಬಾಹು (S.S.S) ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ :
ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳೊಡನೆ ಸಮಾನುಪಾತ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ .ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆಯ ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ (S.A.S) ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ : ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನವು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದು ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟು ಮಾಡಿರುವ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆಯ ಲಂ.ವಿ.ಬಾ (RHS) ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ : ಎರಡು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದರ ವಿಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಾಹುವು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದರ ವಿಕರ್ಣ ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುವು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನುಪಾತ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

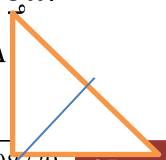
ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು: ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ: ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಶೃಂಗದಿಂದ ವಿಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮರೂಪ ಅಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$AB^2 = AD.AC$ $BC^2 = CD.AC$ $BD^2 = AD.CD$ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ A



<u>**ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು**</u>

* **ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ $ax + by + c = 0$**

* ಎರಡು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳೂ x ಮತ್ತು y ಗಳೆಂಬ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿವೆ. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು **ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

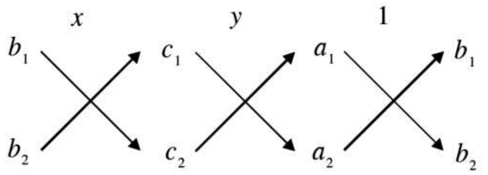
* **ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳ ವರ್ತನೆ ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರ**

ಸಮೀಕರಣಗಳು	ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ	ನಕ್ಷಾ ರೂಪದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ
$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$	$\frac{a}{a} \neq \frac{b}{b}$	ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು (ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ)	ನಿಖರವಾಗಿ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ
	$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c}$	ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು (ಅವಲಂಬಿತ ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ)	ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳು
	$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} \neq \frac{c}{c}$	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು (ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ)	ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ

* ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ನಾವು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಚರಾಕ್ಷರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ, ಅದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು **ಆದೇಶಿಸಿ**. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ವಿಧಾನ **'ಆದೇಶ ವಿಧಾನ'**

* **ಓರೆ – ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ :** $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$



$$\frac{x}{b\,c - b\,c} = \frac{y}{c\,a - c\,a} = \frac{1}{a\,b - a\,b}$$

<u>**ವೃತ್ತಗಳು**</u>

\# **ಸ್ಪರ್ಶಕ :** ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕ

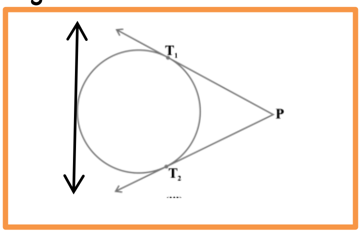
\# **ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು :** ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕ್ಕಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

\# **ಪ್ರಮೇಯ :** ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

\# **ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ:**

ಪ್ರಕರಣ 1: ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

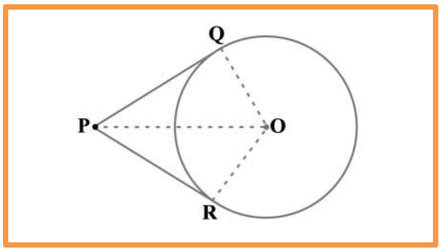
ಪ್ರಕರಣ 2: ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮಾತ್ರ ಎಳೆಯಬಹುದು. AB



ಪ್ರಕರಣ 3: ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. PT_1 & PT_2

ಪ್ರಮೇಯ : ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

i) PQ=PR
ii) $\angle POQ = \angle POR$
iii) $\angle QPO = \angle RPO$
iv) $\angle PQO = \angle PRO = 90^0$
v) $\angle QPR + \angle QOR = 180^0$



<u>ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು</u>

* ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ) = $2\pi r$
* ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು = πr^2
* ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು **'ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ'** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ
* ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಹಾಗೂ ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು **'ವೃತ್ತಖಂಡ'** ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360}\ \pi r^2$

θ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360}\ 2\pi r$

- 1min = 6^0

* ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

<u>ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ</u>

♣ y – ಅಕ್ಷದಿಂದ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಅದರ **x – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ** ಅಥವಾ **ಕ್ಷಿತಿಜ ದೂರ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

♣ *x* – ಅಕ್ಷದಿಂದ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಅದರ **y – ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ** ಅಥವಾ **ಲಂಬದೂರ** ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

♣ **<u>ದೂರ</u>ಸೂತ್ರ** = **PQ** = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

♣ P (x, y) ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಮೂಲಬಿಂದು (0, 0) ಯಿಂದ ಇರುವ ದೂರವು OP = $\sqrt{x^2 + y^2}$

♣ **ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ** P = $\left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2} \quad \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$

♣**ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ** P = $\left[\frac{x_2 + x_1}{2} \quad \frac{y_2 + y_1}{2}\right]$

♣ **ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ** = 1/2 × **ಪಾದ** × **ಎತ್ತರ**

♣ $(x1, y1), (x2, y2)$ ಮತ್ತು $(x3, y3)$ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ : ದತ್ತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, $a = bq + r$ ಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ $0 \le r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಘಟಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅನನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ p ಯು a^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಆಗ p ಯು a ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

$p(x)$ ದಲ್ಲಿನ x ದ ಗರಿಷ್ಠ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು $p(x)$ ದ **ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ** (ಡಿಗ್ರಿ) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ

* ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax^2 + bx + c$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $\alpha + \beta = -$ (x ದ ಸಹಗುಣಕ) / x^2 ದ ಸಹಗುಣಕ = $-b/a$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $\alpha\ \beta$ = ಸ್ಥಿರಾಂಕ / x^2 ದ ಸಹಗುಣಕ = c/a

* $p(x)$ ಮತ್ತು $g(x)$ ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿದ್ದು, $g(x) \neq 0$ ಆದಾಗ

$$\mathbf{p(x) = g(x)\ \ q(x) + r(x)}$$

* α, β ಮತ್ತು γ ಗಳು $ax3 + bx2 + cx + d$ ಎಂಬ ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ,

$$\alpha + \beta + \gamma = -b/a\ ,$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = c/a\ ,$$

$$\alpha\beta\gamma = -d/a$$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

* ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax^2+bx+c=0$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

ಶೋಧಕ $\Delta = b^2 - 4ac$

i) $b^2 - 4ac > 0$ ಆದರೆ ಎರಡು **ಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲ**ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ii) $b^2 - 4ac = 0$ ಆದರೆ ಎರಡು **ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲ**ಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

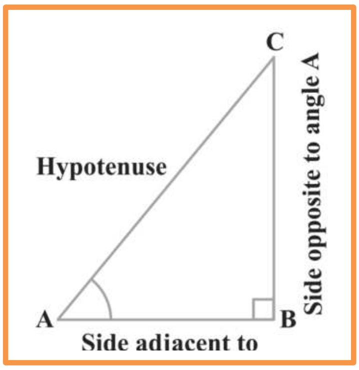
iii) $b^2 - 4ac < 0$ ಆದರೆ ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಶೋಧಕ	ಸ್ವಭಾವ
$\Delta = 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
$\Delta > 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ
$\Delta < 0$	ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು :

SinA	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	**CosecA**	ವಿಕರ್ಣ / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು
CosA	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	**SecA**	ವಿಕರ್ಣ / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು
Tan A	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	**CotA**	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು



ತ್ರೀಕೋನಮಿತಿಯ ವಿಲೋಮಗಳು

$\frac{1}{\text{SinA}}$	ವಿಕರ್ಣ / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	**CosecA**
$\frac{1}{\text{CosA}}$	ವಿಕರ್ಣ / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	**SecA**
$\frac{1}{\text{Tan A}}$	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	**CotA**
$\frac{1}{\text{CosecA}}$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	**SinA**
$\frac{1}{\text{SecA}}$	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	**SecA**
$\frac{1}{\text{CotA}}$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	**CotA**

ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
cosec	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
cot	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

1) $\sin(90^0 - \theta) = \cos\theta$
2) $\cos(90^0 - \theta) = \sin\theta$
3) $\tan(90^0 - \theta) = \cot\theta$
4) $\cot(90^0 - \theta) = \tan\theta$
5) $\text{cosec}(90^0 - \theta) = \sec\theta$
6) $\sec(90^0 - \theta) = \text{cosec}\theta$

1. ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

ನೇರ ವಿಧಾನ: $\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ: $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ: $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

ಬಹುಲಕ $= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \text{x } h$

$l =$ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ

$h =$ ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಬೌಲರನು ಗರಿಷ್ಠ ಪಂದ್ಯಗಳಲ್ಲಿ (ಅಂದರೆ 3) ಪಡೆದ ವಿಕೆಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 2 ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕವು 2

$f_1 =$ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

$f_0 =$ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ, ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

$f_2 =$ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ, ಮುಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ (ಮಧ್ಯಮ ಬೆಲೆ)

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \text{x h}$

ಇಲ್ಲಿ, l = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿ.

n = ಪ್ರಾಪ್ತಾಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ

cf = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಹಿಂದಿನ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

f = ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರದ ಆವೃತ್ತಿ.

h = ವರ್ಗಾಂತರದ ಗಾತ್ರ

ಘನದ ಹೆಸರು	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r(r + h)$	$\pi r^2 h$
ಶಂಕು	πrl	$\pi r(r + l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
ಶಂಕುಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ	$\pi(r_1 + r_2)l$	$\pi\{(r_1 + r_2)l + r_1^2 + r_2^2\}$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2\ r_2^2 + r_1.r_2)$
ಗೋಳ	$4\ \pi r^2$	$4\ \pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\ \pi r^2$	$3\ \pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$